

MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA EL ANÁLISIS SISTÉMICO DE LA PRODUCCIÓN ACUÍCOLA

STATISTICAL METHODS FOR THE ANALYSIS OF AQUACULTURE PRODUCTION SYSTEMS

Imués Figueroa, M.A¹

INTRODUCCIÓN

Adoptar un enfoque de sistemas en una empresa acuícola, no se trata de una innovación administrativa; es una decisión filosófica que implica un cambio en las técnicas de producción y la investigación acuícola y, por lo tanto, un profesional debe analizar las implicaciones que esto significa.

Desde sus inicios, las ciencias de la Acuicultura aceptaron los mismos conceptos que las otras ciencias físicas y biológicas de la época. Con el invento del microscopio, la investigación dio mayor énfasis al enfoque reduccionista, bajo el cual se analiza un fenómeno mediante un método basado en la descripción y análisis de cada uno de los elementos que intervienen, en forma separada. Por ejemplo, los biólogos empezaron a disgregar y a describir la anatomía de los peces; los físicos describieron los átomos, las moléculas, etc.; sin embargo, la expectativa fue (para muchos aún lo es) entender cómo funcionan éstos fenómenos de interés con base en un análisis de sus componentes. Este análisis reduccionista todavía constituye el enfoque del análisis y la investigación tradicional (Hart, 1980).

El enfoque de sistemas nació con la concepción de que la descripción de los componentes de un fenómeno no es suficiente para explicarlo, ya que el todo no es igual a la suma de sus partes; para ello es necesario conocer la relación existente entre ellos, es decir, la relación entre la estructura y su función (García, 2008).

El enfoque reduccionista ha permitido a las Instituciones han organizado la investigación por disciplinas o por especies animales o vegetales de cultivo. Los edafólogos analizan los procesos químicos del suelo, los nutricionistas se dedican a probar y desarrollar dietas, los patólogos estudian las enfermedades, lo genetistas trabajan en el mejoramiento genético de las especies de cultivo, los economistas realizan los estudios de mercado, todos ellos en forma aislada.

¹Zootecnista, Especialista en Estadística, Máster en Acuicultura. Profesor Asociado, Departamento de Recursos Hidrobiológicos, Universidad de Nariño, Pasto, Colombia. marcoi@udenar.edu.co.

Si hay algo que caracteriza a la producción acuícola, especialmente en zonas tropicales, es la alta interacción entre diferentes fenómenos. Muchos acuicultores crían más de dos especies, en cultivos separados o en policultivos, con diversas características. En muchas regiones hay diferentes tipos de fincas y los agricultores pueden trabajar, no solamente en su propia finca, sino también en otras fincas o salen de la región para trabajar en otras zonas. Esta interacción entre cultivos, suelos, plantas, insectos, enfermedades, animales, fincas, etc., forman procesos sumamente complejos. Adoptar un enfoque reduccionista y tratar de entender y mejorar el proceso de acuicultura, es sencillamente una intención absurda.

GENERALIDADES DEL ENFOQUE DE SISTEMAS

El enfoque de sistemas se originó fundamentalmente en dos campos. En el de las comunicaciones donde surgieron los primeros Ingenieros de sistemas, cuya función principal consistía en aplicar los avances científicos y tecnológicos al diseño de nuevos sistemas de comunicación. En el campo militar durante la segunda guerra mundial y en particular durante la Batalla de la Gran Bretaña surgió la necesidad de optimizar el empleo de equipo militar, radar, escuadrillas de aviones, etc. El enfoque de sistemas, surge con preponderancia después de la segunda guerra mundial, cuando el extraordinario aumento de la complejidad del equipo de defensa culminó en una nueva perspectiva de la administración y del diseño de ingeniería (González, et al, 2009).

De acuerdo con Gerez & Grijalva (1976), el enfoque de sistemas es una técnica relativamente nueva que combina en forma efectiva la aplicación de conocimientos de otras disciplinas a la solución de problemas que envuelven relaciones complejas entre diversos componentes.

Thome & Willard (2005) describen el enfoque de sistemas como una forma ordenada de evaluar una necesidad humana de índole compleja y consiste en observar la situación desde todos los ángulos (perspectivas). El enfoque de sistemas, desde la Teoría General de Sistemas (TGS) se basa en los conceptos de emergencia, jerarquía, comunicación y control y para su aplicación (enfoque) es necesario preguntarse: ¿Cuántos elementos distinguibles hay en el problema aparente? ¿Qué relación causa efecto existe entre ellos? ¿Qué funciones es preciso cumplir en cada caso? ¿Qué intercambios se requerirán entre los recursos una vez que se definan?

Según Van Gigch (1987), el enfoque de sistemas puede llamarse correctamente teoría general de sistema aplicada (TGS aplicada). Puede describirse como una metodología de diseño, un marco de trabajo conceptual común, una nueva clase de método científico, un teoría de organizaciones, dirección por sistemas, un método relacionado a la ingeniería de sistemas, investigación de operaciones, eficiencia de costos.

Con base en los anteriores aportes, antes de continuar con la conceptualización del Enfoque de Sistemas, es necesario aclarar el concepto de sistema. En este sentido,

muchos autores han propuesto varias definiciones; sin embargo, debido a la aplicabilidad en las diversas ciencias y disciplinas, éstas son tan diversas como áreas del conocimiento se puedan analizar, abordando con esta filosofía. Para este caso, el concepto más completo y aplicable podría ser una adaptación de del concepto de Becht (1974): Sistema es un arreglo de elementos independientes, cada uno con función específica, que interactúan entre sí, unidos o relacionados de tal manera que forman y/o actúan como un todo, una unidad o una entidad, para alcanzar un objetivo común. Los sistemas reciben (entradas) datos, energía o materia del ambiente y proveen (salida) información, energía o materia. Así un sistema puede ser físico o concreto (un computador, un televisor, una persona, una animal), o puede ser abstracto o conceptual (un software, un sistema de registro, un sistema de información). Cada sistema existe dentro de otro más grande, por lo tanto un sistema puede estar formado por subsistemas y partes, y a la vez puede ser parte de un supra sistema.

Los sistemas tienen límites o fronteras que los diferencian o aíslan del ambiente. Ese límite puede ser físico o conceptual. Si hay algún intercambio entre el sistema y el ambiente a través de ese límite, el sistema es abierto, de lo contrario, el sistema es cerrado (Figura 1).

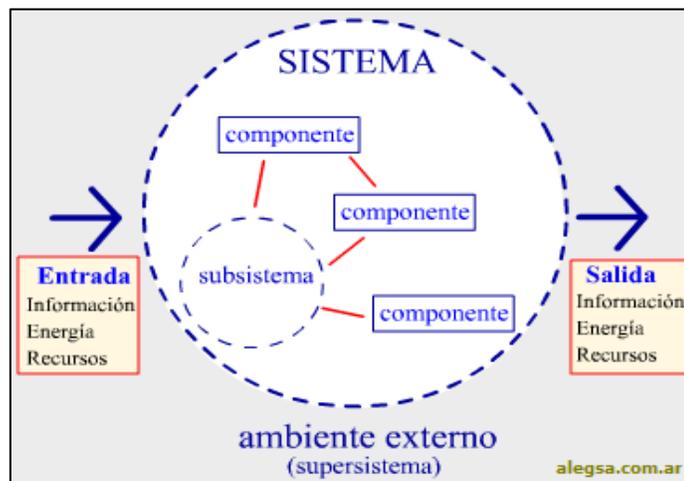


Figura 1. Concepción general de un sistema físico.

La frontera de un sistema define los elementos que pertenecen al sistema y los que no. Un elemento o componente que no es del dominio del sistema y no puede ser controlado, está fuera de la frontera del sistema y se convierte en una entrada del mismo. Lo que no pertenece al sistema puede ser parte de su supra sistema o directamente no ser parte (Von Bertalanffy, 1987).

Establecer el límite de un sistema puede ser sencillo cuando hay límites físicos reales y se tiene bien claro cuál es el objetivo del sistema a estudiar. Por ejemplo, el sistema digestivo incluye sólo los órganos que intervienen en la digestión de los alimentos. El ambiente es el medio externo que envuelve física o conceptualmente a un sistema y

que tiene interacción con él. El sistema tiene interacción con el ambiente, del cual recibe entradas y al cual se le devuelven salidas, aunque este pueda constituirse en amenaza para el sistema. Es claro que un grupo de elementos no constituye un sistema si no hay una relación interactiva entre ellos, que dé la idea de un “todo” que integre los conceptos de holismo y sinergia.

En esta definición hay tres términos claves: arreglo, actúan y objetivo común; esto implica tres características de cualquier sistema: estructura, función y objetivo o fin. Todo sistema tiene una estructura relacionada con el arreglo de los componentes que lo conforman, tiene una función debida a la forma cómo actúa cada uno, y la finalidad de ese conjunto de funciones alcanzarán un solo objetivo; éstos componentes existen a través de la interacción mutua de sus partes que lleva a una relación causa-efecto, donde el todo es mayor que la suma de sus partes (Hart, 1980).

En un Sistema Acuícola, en su estado natural, contempla tres componentes: Agua, Alimento, Animal (El sistema triple A). El enfoque reduccionista estudia cada uno de ellos por separado, analizando el tracto digestivo, el aparato reproductor o el sistema muscular en el animal; por otra parte, examina aspectos sobre limnología, hidrología o hidrodinámica en el agua; de igual manera indaga la taxonomía, la fotosíntesis o la bromatología del alimento natural; sin embargo, la información obtenida a partir de estos estudios independientes no considera la interacción que sucede en el sistema, de manera que no es posible entender su funcionamiento y su complejidad (Figura 2).

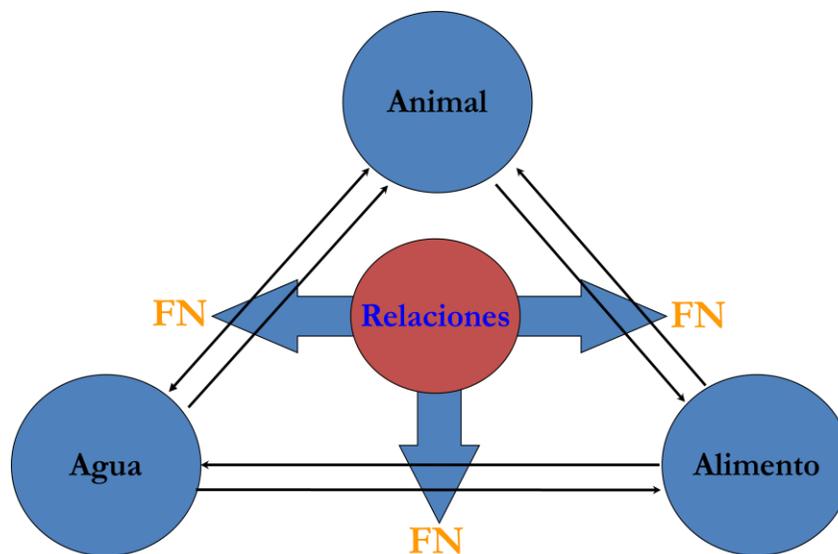


Figura 2. Modelo físico de un sistema acuícola

El estudio del Sistema Acuícola, desde el Enfoque Sistémico, trata de abordar su estructura, su función y su objetivo, a partir de las relaciones de doble vía que suceden entre componentes y/o elementos, donde se producen Fenómenos Naturales posibles de caracterizar a través de variables causa y efecto, para tratar de entenderlos. Así en la interrelación entre los componentes Agua-Animal, visto el primero como causa y el

segundo como efecto, sucede un fenómeno natural como la Respiración de los peces, que puede ser estudiada mediante variables como el contenido de oxígeno disuelto en el agua (variable causa) y la supervivencia de los animales (variable efecto). Algunos ejemplos de estas interrelaciones se pueden observar en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Algunos fenómenos naturales en las interacciones entre los componentes del Sistema Acuícola.

Causa	Efecto	Fenómeno Natural	Variable Causa	Variable Efecto
Agua	Animal	Respiración	OD	Supervivencia
Animal	Agua	Turbiedad	Tamaño	Sólidos disueltos
Agua	Alimento	Fotosíntesis	Nutrientes	Clorofila a
Alimento	Agua	Eutrofización	Población de algas	MO en el agua
Alimento	Animal	Crecimiento	Nutrientes	Incremento de peso
Animal	Alimento	Crecimiento algal	Biomasa animal	Población algal

La observación de los fenómenos naturales se constituye en la base fundamental del ciclo de la ciencia, cuyo objetivo final es acercarse a una explicación coherente y aproximada de la realidad. El desarrollo de la capacidad para identificar y analizar los fenómenos naturales, debe ser un objetivo instruccional de las carreras profesionales universitarias, para la formación en competencias específicas.

Tal como menciona Johansen (2000), al igual que otros enfoques científicos, el enfoque de sistemas no trata problemas metodológicos. Tan pronto como se adopta el enfoque de sistemas, aparecen los siguientes problemas de dualismo o dualidad.

Simplicidad contra complejidad. Siempre habrá dificultad para enfrentar problemas complejos, por lo cual hay necesidad de intentar aportar versiones más simples. Al simplificar las soluciones, éstas pierden realismo. Por tanto, el profesional se encuentra dividido entre la incapacidad de resolver problemas complejos, como los que se presentan en un sistema acuícola, y la falta de aplicabilidad de soluciones obtenidas de modelos simples.

Optimización y sub optimización. Solamente es posible optimizar sistemas cerrados, como son los modelos en los cuales se conocen todos los supuestos y condiciones limitantes. Las situaciones de la vida real son sistemas abiertos, porciones que pueden, a lo mejor, estar parcialmente optimizadas. Además, optimizar los subsistemas no garantiza que el sistema total óptimo se logre, entanto que la optimización del sistema total (si se llega a lograr) no garantiza que puedan optimizarse al mismo tiempo todos los subsistemas.

Idealismo contra realismo. Nunca es posible alcanzar lo óptimo, la solución claramente ideal. Si va a tener lugar la implantación, es necesario aceptar versiones más realistas que lo óptimo.

Incrementalismo contra innovación. Suponiendo que el profesional es incapaz de partir drásticamente de patrones de solución establecidos, buscará soluciones cercanas a las actualmente aceptadas (incrementalismo) y con lo que cree mejorar los sistemas existentes mediante el análisis de la operación de los subsistemas componentes (mejoramiento de sistemas). Estos enfoques nunca tienen éxito en la solución total de los problemas, lo cual requiere la adopción de nuevos diseños a nivel del sistema total.

Política y ciencia, intervención y neutralidad. Se requiere decidir si las ciencias deben permanecer libres de valores, en la teoría y sin compromisos, o si la ciencia debe orientarse a un objetivo, buscar influir en los resultados e interesarse en la ética de las consecuencias que impone en los receptores.

Acuerdo y consenso. La planeación requiere que todos los participantes contribuyan a las soluciones de los sistemas y su implantación. Para obtener tales resultados se necesita un consenso que es difícil de lograr cuando se premia la individualidad e independencia.

Todos estos dilemas se presentan súbitamente tan pronto como se busca aplicar el enfoque de sistemas a los problemas, dilemas que son comunes a todos los problemas y soluciones de sistemas. Por tanto, a menos que se resuelvan, realmente no se está adoptando una solución de sistema total.

CONCEPTOS SOBRE MODELOS Y MODELACIÓN

El análisis de cualquier sistema empieza por su descripción, bien sea desarrollada o expresada a través de una maqueta, un diagrama de flujo o una ecuación matemática. Un modelo, por definición es una representación física o lógica del sistema real; al simplificarlo se identifican los elementos más importantes para incluir en el modelo, por lo tanto, un modelo también se considera un conjunto de hipótesis sobre la estructura, función y finalidad del sistema, las cuales se pueden evaluar por medio de experimentación o también de validación práctica. Si el modelo funciona como herramienta práctica, esta utilidad da cierta validez a las hipótesis que implica. Esta posibilidad de usar la utilidad del modelo, como prueba de un conjunto de hipótesis, puede ser mucho más eficiente que evaluar cada hipótesis individualmente.

Los pasos principales en el análisis de un sistema son la elaboración del modelo y la validación. En la investigación acuícola se supone que el análisis de un sistema tiene un objetivo que va más allá de entender su estructura y su función; se espera que el análisis tenga también una cierta utilidad. A los pasos de elaboración del modelo y su validación, se puede añadir entonces la utilización.

Cada región, finca, ecosistema, sistema acuícola y sistema animal es diferente, pero es posible describir unos modelos cualitativos que puedan servir de marco conceptual para estudiar e investigar estos sistemas (Figura 3, Figura 4).

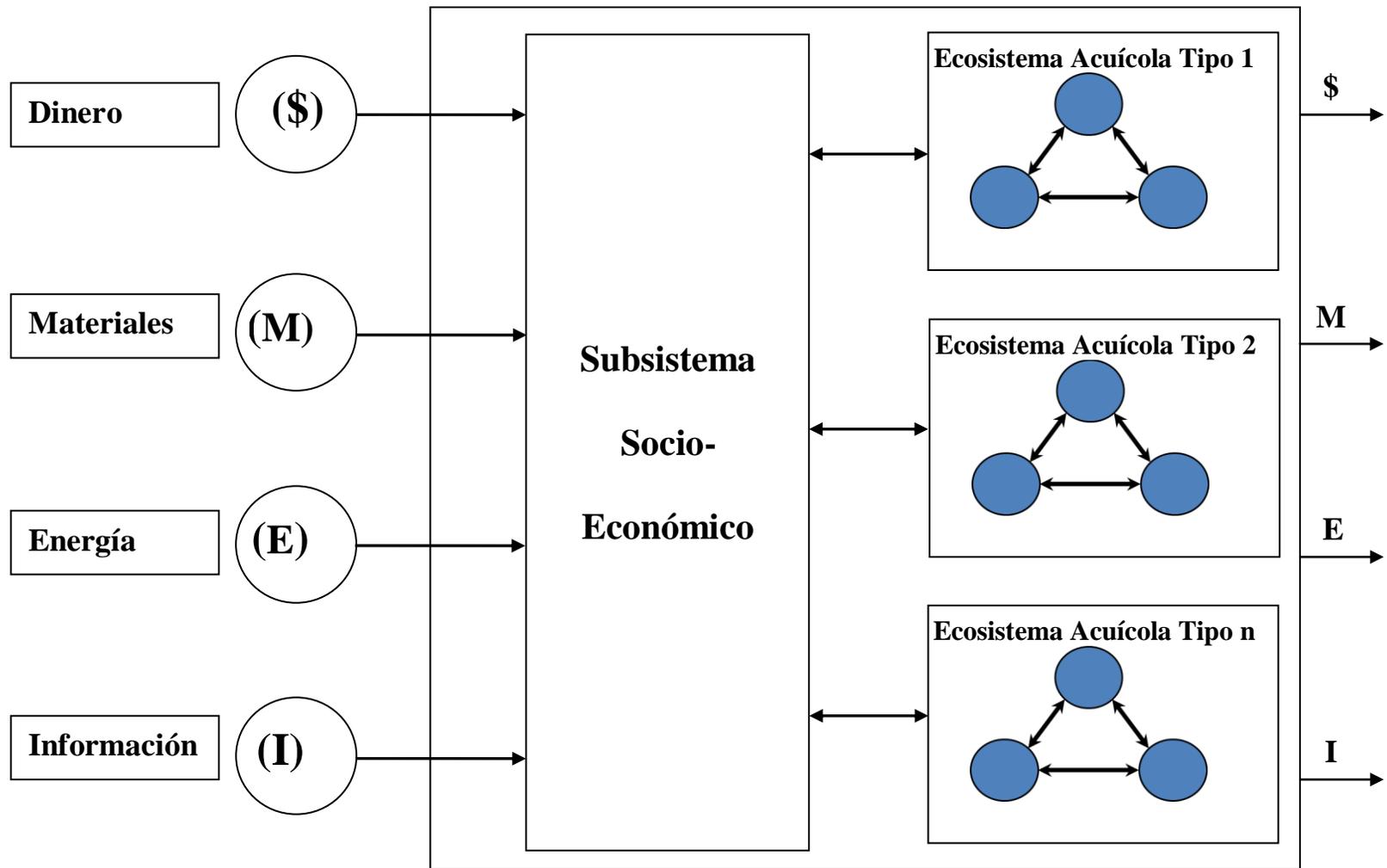


Figura 3. Modelo de un Sistema Finca.

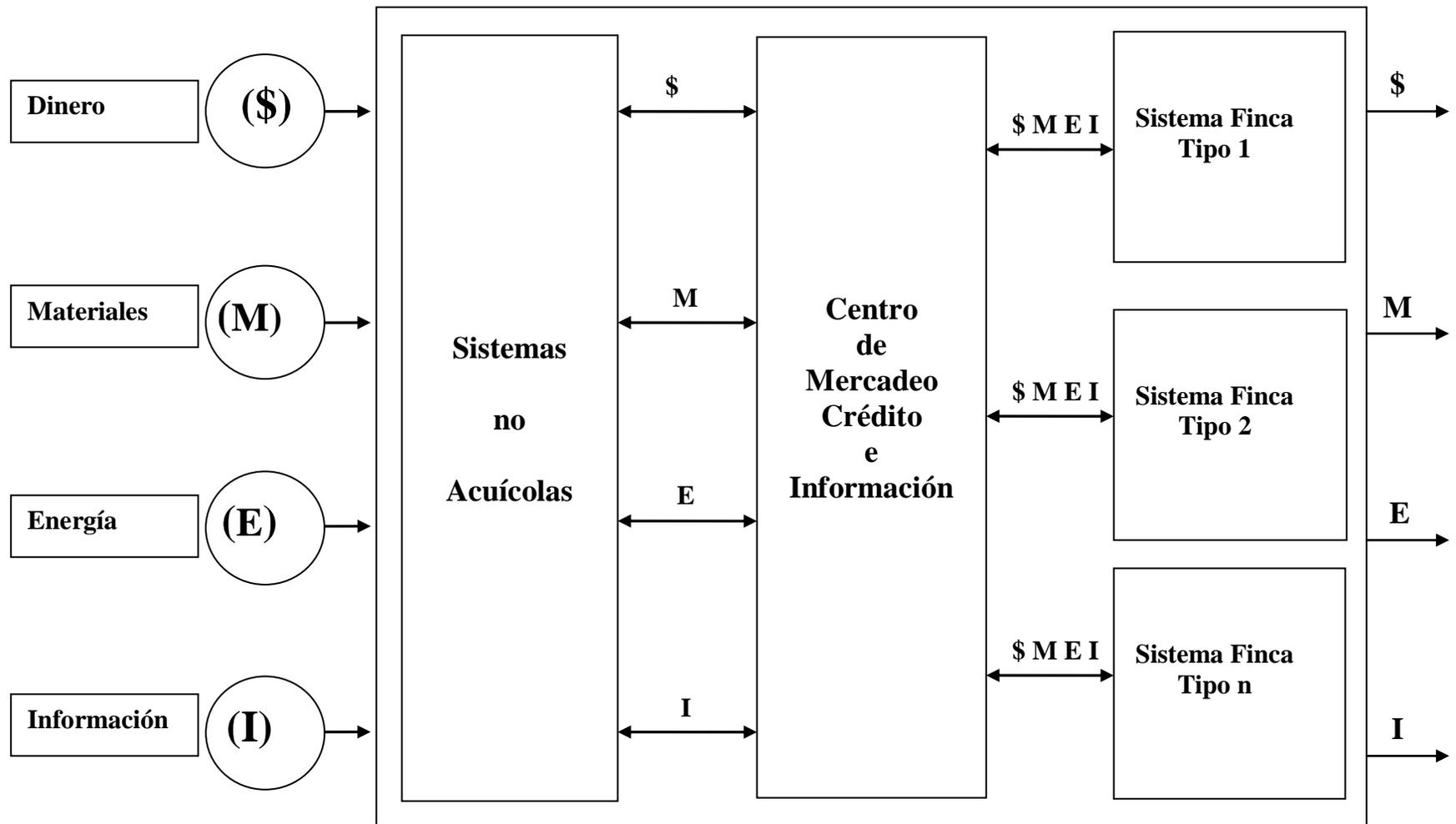


Figura 4. Modelo acuícola tipo finca.

EL ANÁLISIS MULTIVARIADO EN ESTUDIO DE SISTEMAS

De acuerdo con Peña (2001), Describir cualquier situación real, por ejemplo, las características físicas de un animal, la situación política en un país, las propiedades de una sustancia química, el rendimiento de un proceso, la calidad de un producto o las motivaciones del comprador de un producto, requiere tener en cuenta simultáneamente varias variables. Para describir las características físicas de un pez se puede utilizar variables como la longitud total, su peso, la longitud de sus aletas y de su pedúnculo, etc. Para describir la situación política de un país, variables como la existencia o no de un régimen democrático, el grado de participación política de los ciudadanos, el número de partidos y sus afiliados, etc. El análisis de datos multivariantes tiene por objeto el estudio estadístico de varias variables medidas en elementos de una población. Pretende los siguientes objetivos:

1. Resumir el conjunto de variables en unas pocas nuevas variables, construidas como transformaciones de las originales, con la mínima pérdida de información.
2. Encontrar grupos en los datos si existen.
3. Clasificar nuevas observaciones en grupos definidos.
4. Relacionar dos conjuntos de variables.

Así, en el análisis multivariado se utilizan diferentes enfoques, tales como la simplificación de la estructura de datos, el cual es una manera simplificada de representar el universo de estudio, mediante la transformación (combinación lineal o no lineal) de un conjunto de variables interdependientes en otro conjunto independiente o en un conjunto de menor dimensión.

Este tipo de análisis permite ubicar las observaciones dentro de grupos o bien concluir que los individuos están dispersos aleatoriamente en el multi espacio; también se puede agrupar variables.

El objetivo es examinar la interdependencia de las variables, la cual abarca desde la independencia total hasta la colinealidad cuando una de ellas es una combinación lineal de de las otras o, en términos aún más generales, es una función $f(x)$ cualquiera de las otras.

Entre los métodos de análisis multivariado para detectar la interdependencia entre variables y también entre individuos, se incluyen el análisis de factores, el análisis por conglomerados o clústeres, el análisis de correlación canónica, el análisis por componentes principales, el análisis de ordenamiento multidimensional, y algunos métodos no paramétricos. Los métodos para detectar dependencia comprenden el análisis de regresión múltiple, el análisis de regresión multivariado, el análisis de contingencia múltiple y el análisis discriminante.

El método de análisis de componentes principales es uno de los más difundidos, permite la estructuración de un conjunto de datos multivariados obtenidos de una población.

Se dice que un conjunto de datos constituye una muestra aleatoria multivariada si cada individuo ha sido extraído al azar de una población de individuos y en él se han medido u observado una serie de características. Sean $x_{(ij)}$ la observación de la j -ésima variable en el i -ésimo individuo, $x_{(i)}$ el vector fila que contiene las observaciones de todas las variables en el i -ésimo individuo y $x_{(j)}$ el vector columna que contiene todas las observaciones de la j -ésima variable.

En cuanto a la matriz de varianzas y covarianzas, dada una matriz X de datos, la varianza muestral de la j -ésima variable se la define por:

$$S = \begin{bmatrix} S_{(11)} & \cdots & \cdots & S_{(1p)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & S_{(jk)} & \vdots \\ S_{(p1)} & \vdots & \vdots & S_{(pp)} \end{bmatrix}$$

La matriz S de covarianza es una manera de expresar la dispersión de los datos alrededor de la media; sin embargo, a veces es necesario encontrar un escalar que sintetice esta dispersión.

Otro elemento del análisis multivariado es la matriz de correlación, la cual, a partir de los elementos de la matriz S es posible calcular los elementos de la matriz R , de igual dimensión que S , y cuyos elementos sean los coeficientes de correlación entre la j -ésima y la k -ésima variable, valores que pueden ser arreglados en una matriz de correlación muestral, cuya diagonal principal estará formada por números uno y será simétrica como la matriz de covarianzas.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \cdots & r_{(1p)} \\ \vdots & 1 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 & \vdots \\ r_{(p1)} & \vdots & r_{(pk)} & 1 \end{bmatrix}$$

EJEMPLOS DE ESTUDIOS UTILIZANDO ANÁLISIS MULTIVARIADO EN ACUICULTURA

Biostatistical implications of individual variability in growth in rainbow trout and Atlantic salmon

J.N. Gardeur, M. Paspatis, A. Gélinau, T. Boujard

La relación entre la tasa de crecimiento específico y el peso corporal inicial en peces se analizó mediante análisis multivariante utilizando conjuntos de datos a partir de los estudios de crecimiento de la trucha arco iris (peso inicial entre 10 y 30 g, $n = 546$), y salmón del Atlántico peso (peso inicial entre 10 y 20 g, $n = 355$). Se demuestra que los individuos pueden ser agrupados en diferentes categorías según sus características de crecimiento. Clases con media de peso inicial semejantes pueden tener una media de tasa de crecimiento específico muy diferente. De hecho, se encontró que las tasas de crecimiento específico medio entre clases con peso medio inicial semejante están entre 1,5 y 5,8 en la trucha arco iris y entre 1,2 y 1,9 en el salmón del Atlántico. Llegamos a la conclusión de que la constitución de repeticiones con peso inicial homogéneo no es garantía de la tasa de crecimiento específico homogénea entre los distintos tanques. Se discuten las consecuencias de esta variabilidad en el crecimiento en diseños experimentales y el poder de los modelos de análisis de varianza (Figuras 5 y 6).

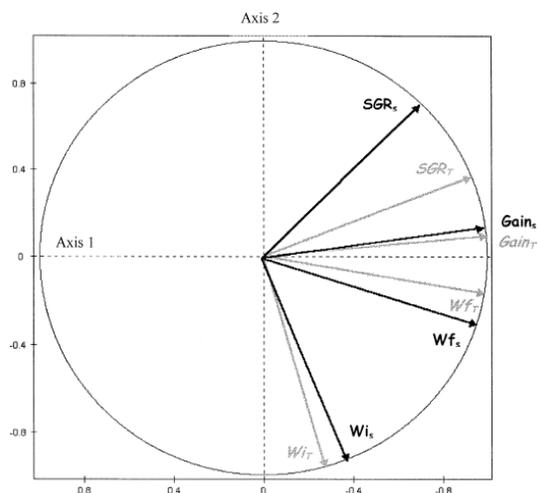


Figura 4. Análisis de componentes principales: Proyección de componentes en dos ejes. W_i : peso inicial por clases (g); W_f : Peso final (g); SGR: Tasa de crecimiento simple (%/día); T : conjunto de datos de trucha, $n=546$; S : conjunto de datos de salmón, $n=355$.

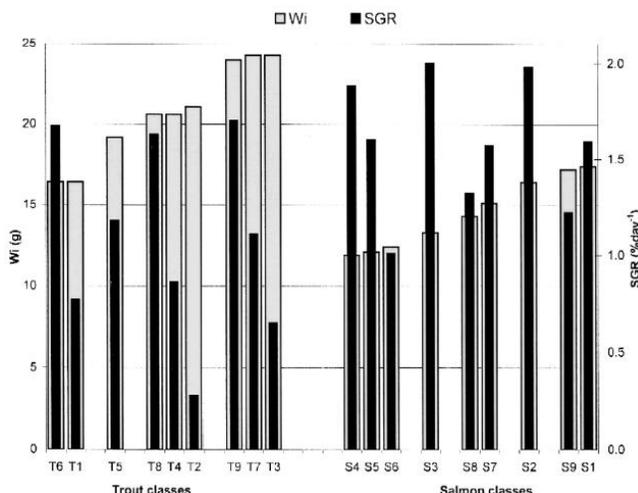


Figura 5. SGR para las clases similares W_i . W_i : peso inicial por clases (g); W_f : Peso final (g); SGR: Tasa de crecimiento simple (%/día); Conjunto de datos de trucha, $n=546$, Clases T1 a T9; Conjunto de datos de salmón, $n=355$, Clases S1 a S9.

Selección de hembras reproductoras de pez tigrilo (*Pimelodus pictus*), utilizando análisis discriminante.

Imués-Figueroa MA, Sánchez-Delgado M.

El presente trabajo tuvo como objetivo probar la técnica del Análisis Discriminante, como una herramienta para la selección de reproductoras hembras de pez tigrilo (*Pimelodus pictus*). Para ello se utilizó la información de 540 hembras silvestres en edad reproductiva, clasificadas en tres grupos (Seleccionado, Reservado, Desechado), de acuerdo con las variables diámetro de ovocitos antes de la inducción (DOAI), diámetro de ovocitos después de la inducción (DODI) con hormona pituitaria de carpa, peso y longitud, con cuyos datos se realizó un análisis discriminante utilizando el paquete estadístico SPSS. Las dos funciones discriminantes (Tabla 1) estimadas cubrieron el 100% de la variabilidad e incluyeron todas las variables estudiadas; la primera permitió discriminar a las hembras con mayor DODI, con mayor capacidad discriminante entre los grupos Desechado y Reservado, y la segunda función produjo un DOAI con mayor discriminación sobre los Seleccionados (Figura 6), cuyo modelo clasificó correctamente al 77,23% de los animales, superior a métodos tradicionales que están alrededor del 56% de respuesta (Figura 7).

Tabla 1. Valores propios (VP) para las dos primeras funciones.

Func	VP	Var %	Acum %	Cc
1	1,874(a)	84,7	84,7	0,807
2	0,337(a)	15,3	100,0	0,502

(a) Se han empleado las dos primeras funciones discriminantes canónicas en el análisis.

Func = Función. Var = Varianza. Acum = Acumulado.

Cc = Correlación canónica.

$$z_1 = 0,515x_1 - 0,283x_2 + 0,577x_3 + 0,741x_4$$

$$z_2 = 0,041x_1 + 0,557x_2 + 0,626x_3 - 0,599x_4$$

x_1 = Peso

x_2 = Longitud

x_3 = DOAI

x_4 = DODI

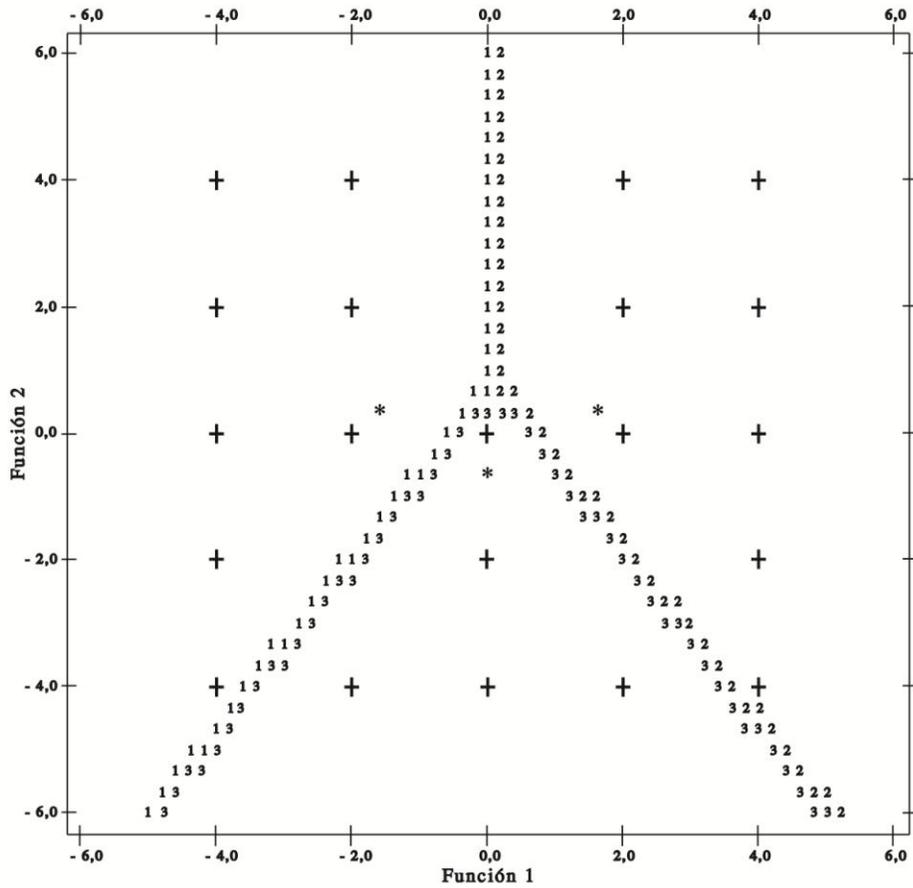


Figura 6. Mapa territorial definido por las funciones discriminantes. (1: Desechado; 2: Reservado; 3: Seleccionado).

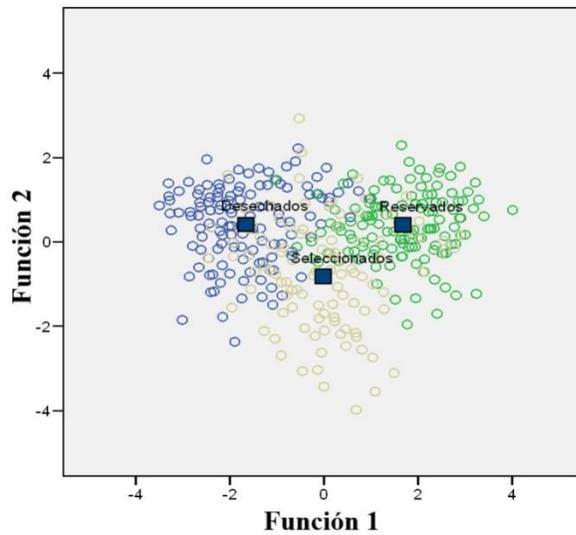


Figura 2. Diagrama de dispersión de los tres grupos.

Momento óptimo para la cosecha de la microalga *Ankistrodesmus gracilisen* relación con su cantidad y calidad.

Marco Antonio Imués-Figueroa, Martha Patricia Bohorquez-Castañeda

El presente trabajo se desarrolló con el fin de determinar el momento óptimo para la cosecha de la microalga *Ankistrodesmus gracilis* cultivada en laboratorio, de manera que se maximice el crecimiento poblacional y la disponibilidad de nutrientes y se minimice el contenido de fibra, utilizando métodos de ecuaciones simultáneas. Para esto se aprovechó la base de datos suministrada por Coral (2006), de la que fue tomada la información de Contenido de proteína (Y_{1t}), Concentración de energía (Y_{2t}) y Contenido de extracto etéreo (Y_{3t}) como variables endógenas y Densidad poblacional (X_{1t}), Contenido de clorofila a (X_{2t}) y Contenido de fibra (X_{3t}) como variables exógenas, además de los días de cultivo (T), en un período de 13 días. Se corrieron modelos de regresión de cada una de las variables endógenas sobre todas las demás variables, con el propósito de tener una guía para la formulación del sistema preliminar de ecuaciones simultáneas, constituido por tres ecuaciones de tipo endogénico. Dado la existencia visible de una serie de tiempo, se aplicó pruebas de Durbin-Watson para detectar auto correlación serial de las variables endógenas con sus respectivos rezagos suponiendo $H_1: \rho > 0$, encontrando que la variable Proteína corresponde a un proceso AR(1), la variable Energía a un proceso AR(2) y el Extracto etéreo a un proceso AR(1), corroborado por las funciones de auto correlación simple y parcial; en consecuencia, se incluyó en los modelos las respectivas variables rezagadas (Y_{1t-1} , Y_{2t-2} , Y_{3t-1}). Mediante la verificación de la condición de orden y la condición de rango, se pudo establecer que el sistema está sobre identificado, por tal motivo, es posible aplicar el método de mínimos cuadrado en dos etapas (MC2E), considerando las variables rezagadas como variables instrumentales (VI) para los modelos de ecuaciones reducidas (Tabla 2). En la primera etapa de MC2E se obtuvo estimadores de los parámetros estructurales mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), con base en las ecuaciones en la forma reducida y mediante éstos obtener los correspondientes valores ajustados para las variables endógenas (\hat{Y}_{it}^*). En la segunda etapa de MC2E se reemplazó las variables endógenas del segundo miembro por \hat{Y}_{it}^* y se estimó las ecuaciones mediante MCO, con lo cual se obtienen estimaciones insesgadas y consistentes. Los análisis anteriores permiten consolidar el sistema de ecuaciones simultáneas, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{1t} &= -0,186801 + 0,00188877X_{1t} + 0,0000167509X_{2t} - 0,015422X_{3t} + 0,769953Y_{1t-1} - 0,00000175684\hat{Y}_{2t}^* - 0,000775469T \\ \hat{Y}_{2t} &= -23656,8 + 104,531X_{1t} + 1,72874X_{2t} + 268,214X_{3t} - 0,356208Y_{2t-2} - 4370,53\hat{Y}_{1t}^* - 17481\hat{Y}_{3t}^* + 119,746T \\ \hat{Y}_{3t} &= -0,960238 + 0,00705133X_{1t} + 0,0000887397X_{2t} + 0,370497Y_{3t-1} - 0,193376\hat{Y}_{1t}^* - 0,0000118743\hat{Y}_{2t}^* - 0,0227127T\end{aligned}$$

Con base en los modelos estimados previamente, para el sistema de ecuaciones múltiples, se realizó la predicción para cada uno de los puntos Y_{it} particular, a partir de los cuales fue posible determinar el momento óptimo de cosecha de la microalga a los 11 días de cultivo.

Tabla 2. Análisis de regresión para la estimación de variables endógenas.

Parámetro	Proteína (\hat{Y}_{1t})		Energía (\hat{Y}_{2t})		EE (\hat{Y}_{3t})	
	Valor <i>t</i>	p-valor	Valor <i>t</i>	p-valor	Valor <i>t</i>	p-valor
Constante	-1,21742	0,2423	-4,09184	0,0010	-6,17524	0,0000
Población (X_{1t})	0,944599	0,3598	3,09104	0,0075	2,72657	0,0156
Clorofila (X_{2t})	1,3586	0,1944	1,83925	0,0858	6,39915	0,0000
Fibra (X_{3t})	-0,622593	0,5429	1,70594	0,1086	0,155285	0,8787
Proteína AR(1) (Y_{1t-1})	7,87541	0,0000	-1,66054	0,1176	-0,447491	0,6609
Energía AR(2) (Y_{2t-2})	-1,48837	0,1574	4,50967	0,0004	1,51272	0,1511
EE AR(1) (Y_{3t-1})	-0,14898	0,8836	-2,78347	0,0139	-3,39192	0,0040
R ²	98,2336		96,2563		94,9443	
R ² ajustado	97,5271		94,7588		92,9220	
Error estándar	0,00599608		68,5777		0,00783727	
Durbin-Watson	2,13327	0,0656	1,81065	0,0497	2,15485	0,0590

Tabla 3. Valores predichos para el punto óptimo Y_{it} particular.

Variable	Valor estimado
Días de cultivo	11
Clorofila (pg/célula)	0,1674
Fibra (%)	8,77
Población (células $\times 10^5$ /ml)	475,57
Extracto etéreo (%)	27,5816
Contenido de Proteína (%)	46,7142
Energía bruta (kcal/kg)	5222,49

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Chiavenato I. (2008). Introducción a la teoría general de la administración. Santafé de Bogotá: McGraw-Hill. 725 p.
2. García J. (2008). La aplicabilidad del enfoque de sistemas como método para la transposición didáctica de situaciones profesionales enmarcadas en los procesos administrativos. Dimens.empres. Vol. 6, No. 1, pp. 52-57.
3. Gardeur JN, Paspatis M, Gélineau A, Boujard T. (2001). Biostatistical implications of individual variability in growth in rainbow trout and Atlantic salmon. Aquaculture 195: 51–59.
4. Gerez V y Grijalva M. (1976). El enfoque de sistemas. México, Limusa. 580 p.

5. **González E, Solís R, Soldevilla C, Landa M y Romero J. (2009). Teoría general de sistemas. Monografía. Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Administrativas. 47 p.**
6. Hart R. (1980). Agorecosistemas: Conceptos básicos. Turrialba, Costa Rica: Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza. 211 p.
7. Imués-Figueroa MA, Bohorquez-Castañeda MP. (2008). Momento óptimo para la cosecha de la microalga *Ankistrodesmus gracilis* en relación con su cantidad y calidad. Trabajo de Grado Especialización. Pasto, Colombia. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias. 42 p.
8. Imués-Figueroa MA, (2013) Sánchez-Delgado M. Selección de hembras reproductoras de pez tigrillo (*Pimelodus pictus*), utilizando análisis discriminante. *investig.pecu.*, 2(1): 29-37.
9. Johansen O. (2000). Introducción a la Teoría General de Sistemas. Bogotá: Limusa. 87 p.
10. Peña D. (2001). Análisis de datos multivariantes. México: McGraw-Hill. 539 p.
11. Thome M y Willard E. (2005). El enfoque de sistemas. [En: usuarios.lycos.es/aaldoz/downloads/EL%20ENFOQUE%20DE%20SISTEMAS.doc](http://usuarios.lycos.es/aaldoz/downloads/EL%20ENFOQUE%20DE%20SISTEMAS.doc).
12. Van Gigch J P. (1987). Teoría General de Sistemas. México: Editorial Trillas. 89 p.
13. Vilar S. (1997). La nueva racionalidad, comprender la complejidad con métodos transdisciplinarios. Barcelona: Editorial Kairós. 153 p.
14. Von Bertalanffy L. (1987). Teoría General de Sistemas. Editorial Herder, Barcelona, España. 125 p.
15. Zanabria A. El enfoque de sistemas. Puno, Perú: Grupo de Investigaciones en Sistemas, UNA. 11 p.