

REVISTA DE CIENCIAS, Vol. 6, No. 1 de 2015.



Análisis de anisotropías intrínsecas en mapas de radiación cósmica de fondo

Analysis of intrinsic anisotropies in cosmic background radiation maps

Sergio Torres^a^{*}, Oscar Restrepo^b, Juan Carlos Cuervo^c, Germán Chaparro^b.

^aCentro Internacional de Física - CIF ^bUniversidad ECCI ^cUniversidad Sergio Arboleda

Aceptado Diciembre 2014; Publicado en línea Marzo 2015.

ISSN 2256-3830.

Resumen

En este trabajo hacemos un análisis sistemático de la isotropía de la expansion del espacio e investigamos la posibilidad de atribuir a efectos cosmológicos la observación de anomalías en los mapas de la Radiación Cósmica de Fondo (RCF): magnitud anómala del cuadripolo, alineamiento coincidente del cuadripolo y el óctuplo, y asimetría hemisférica de la varianza en la RCF. Estos efectos representan desviaciones estadísticamente significativas respecto a las anisotropías en el modelo cosmológico estándar ACDM, lo cual significa que de no ser explicados por causas instrumentales - son indicativos de posibles fuentes de origen cosmológico. Se realiza un análisis direccional del parámetro de Hubble H0 encaminadas a identificar correlaciones direccionales entre H0 y las mencionadas anomalías en la RCF. El análisis aplicado a una selección de datos del catalogo de galaxias NASA/IPAC resulta en una cota superior de asimetría en H0 (95 % confidence level) de 15 % en la dirección del cuadripolo y del eje de varianza de la RCF. También se exploran variaciones de H0 dependiendo de la dirección dipolar a partir de la cual se deriva una cota superior (95 % confidence level) de anisótropa de H0 de 16 %. El peso estadístico de estos resultados depende críticamente de la manera como se estiman los errores de medición de distancia y velocidad de las galaxias incluidas en el análisis.

Palabras Claves: radiación cósmica de fondo, principio cosmológico, anisotropías intrínsecas, cosmológica ACDM.

Abstract

This paper presents the results of a systematic analysis of isotropy in the expansion rate and the possibility to attribute to cosmological effects the observations of anomalies in cosmic background radiation (CBR) maps, namely: quadrupole anomalous magnitude, coincident alignment of the CBR quadrupole and octupole, and hemispheric RCF variance asymmetry. These effects represent statistically significant deviations relative to the anisotropies in the standard Λ CDM cosmological effects. To detect intrinsic anisotropies a directional analysis of H0 is performed aimed at identifying correlations between H0 and the above mentioned CMB anomalies. This analysis applied to a set of galaxies obtained from the NASA/IPAC catalogue results in an upper 95 % confidence level (CL) H0 asymmetry of 15 % in the direction of the CMB quadrupole and the axis of hemispheric RCF variance asymmetry. Also, variations of H0 according to direction of observation

^{*} storresmd@gmail.com

are explored by means of a Least Squares fit of the H0 data to a dipole function. A weak H0 dipole anisotropy is observed and an upper limit (95 % CL) of 16 % H0 variation in the sky is established. The statistical significance of these results depends critically in the assumptions made related to the systematic errors in the measurements of distance and velocity of the galaxies included in the analysis.

Keywords: cosmic background radiation, cosmological principle, intrinsic anisotropies, ACDM cosmology

1. Introducción

La isotropía y homogeneidad del espacio ¡V es decir, el principio cosmológico - es de carácter fundamental para el modelo estándar de la cosmológica o modelo ACDM (del inglés para Lambda Cold Dark Matter). El soporte empírico del modelo ACDM se basa en observaciones de las predicciones del modelo: la abundancia de elementos primordiales, la expansion del espacio y la radiación cósmica de fondo (RCF). Numerosas observaciones han fortalecido la validez del modelo, sin embargo, en lo referente a pruebas directas de la validez del principio cosmológica, es justificable hacer todo tipo de pruebas para determinar hasta que punto es valida la hipótesis de isotropía. La posible detección de anisotropías intrínsecas podría dar lugar a revisiones profundas del modelo cosmológico estándar o, aun mejor, a la apertura de un campo de investigación que lleva a nuevos principios físicos.

La tarea de escudriñar las bases empíricas del principio cosmológico cobra carácter imperativo ante los resultados de la sonda WMAP y el proyecto Planck que reportan la presencia de anomalías en los mapas de RCF [1]. Estas anomalías se manifiestan en varias formas de desviaciones de isotropía a escalas angulares grandes, específicamente: (i) el cold spot, una region de 10° de extension en la dirección RA = 48.5°, dec = -20.95° (época J2000) en la cual la temperatura de la RCF exhibe una disminución estadísticamente significativa; (ii) la anomalía del cuadripolo de la RCF, consistente en el bajo valor de su amplitud a $1-\sigma$ (833 μK^2) por debajo del valor esperado en Λ CDM y la alineación poco probable de los ejes de simetría del cuadripolo y el óctuplo; (iii) la asimetría hemisférica en la varianza de la RCF en dirección galáctica (ℓ ,b) = (224°,-22°). Es necesario entonces emprender un análisis sistemático de fuentes astronómicas para dilucidar cualquier posibilidad de desviaciones de isotropía. Con la detección de anisotropías en la RCF por el Cosmic Background Explorer (COBE) sabemos que las desviaciones observadas en términos de Δ T/T no superan el nivel de 10^{-4} a escalas de 7° [2]. Estas mediciones, sin embargo, reflejan el universo a z = 1090 (época del desacople entre los fotones de la RCF y la materia). Que dicen las observaciones sobre la isotropía a otros valores de z?

Varios estudios han señalado la posibilidad de que las anomalías en la RCF son generadas por efectos astrofísicos y cosmológicos a valores de z diferentes al z de desacople. Independiente de las anomalías en la RCF otros autores también han considerado mecanismos que generan anisotropías intrínsecas. El espectro de perturbaciones adiabáticas del modelo Λ CDM tiene una componente dipolar que generaría anisotropías en la RCF. Esta componente, sin embargo es extremadamente pequeña (36 μ K) a nivel de ruido en las mediciones de la RCF. Esta componente, sin embargo de galaxias, junto con los halos de materia oscura que las acompañan, en un sistema de referencia distinto al marco de referencia de la RCF. Estos flujos de materia pueden ser generados por fluctuaciones de densidad a escalas un poco mayor al radio de Hubble. Estas fluctuaciones apenas estarían entrando al horizonte causal y aparecerían a un observador como un gradiente de densidad que no necesariamente esta alineado con la dirección del dipolo RCF. Este es el efecto Grischchuk-Zel'dovich [3]. Erickcek et al. [4] examinan la anisótropa en la distribución a grandes escalas de la materia oscura producida por perturbaciones primordiales de isocurvatura dejadas por efectos físicos del campo inficionarlo. Rotación global del universo y las métricas de Bianchi tipo VII_h , VII_0 y IX que incorporan anisotropías intrínsecas producirían efectos visibles en los mapas de RCF. Usando los datos de RCF del COBE Kogut et al. [5] ponen un limite de $\sigma/H_0 < 10^{-9}$ al shear y $\sigma/H_0 < 6 \ 10^{-9}$ a la rotación global.

Los efectos físicos mencionados donde aparecen gradientes en densidad y flujos a escalas grandes se manifiestan en observables físicos que exhiben una distribución de dipolo. Gibelyou y Huterer [6] analizaron extensas bases de datos a varias longitudes de onda para detectar la posible presencia de dipolos en el conteo de fuentes. Los resultados de este estudio de isotropía estadística indican que los datos analizados no dan pie para establecer la detección de los dipolos esperados teóricamente bajo estos efectos. Del análisis se derivan cotas en la amplitud del dipolo en conteos de fuentes de infrarrojo de 0.12 (2MRS) y 0.11 (2MASS), 0.1 para fuentes gama (BATSE) y 0.04 para fuentes de radio (NVSS).

Aquí exploramos un método nuevo de análisis de isotropía que consiste en medir la rapidez de la expansión (o *flujo de Hubble*) en diferentes direcciones. La constante de Hubble (H_0), o mejor, el parámetro de Hubble (ya que éste no es constante en el tiempo), mide la rapidez de la expansión. Medir H_0 en diferentes direcciones da una indicación directa de la isotropía del espacio. Es un método directo y sencillo: si el espacio es anisotrópico entonces H0 no es un escalar sino un vector o un tensor. En este trabajo desarrollamos una metodología de análisis de datos para detectar anisotropías en el flujo de Hubble y aplicamos el método a galaxias del NASA/IPAC Extragalactic Database. La sección 2 describe los métodos de análisis de datos; en las secciones 3 y 4 se presentan los resultados y la discusión sobre la interpretación estadística; en la sección 5 presentamos las conclusiones.

Un dato de gran valor histórico es que en 1976 Rubin et al. [7] hicieron justamente este tipo de análisis y reportaron que "…la constante de Hubble varía en un 20 % a lo largo de la esfera celestei No solamente despertaron el interés por aspectos fundamentales de la cosmología, en ese mismo artículo Rubin y Ford ofrecen la interpretación cinemática (correcta) deduciendo así la velocidad de la galaxia y del Grupo Local. Por esos años se hacían mediciones de H0 con una precisión de 10-20 km s⁻¹ Mpc⁻¹. Contrastando esos errores con las diferencias de mediciones de H0 obtenidas entre de Vaucouleurs (100) y Sandage (50) pone de manifiesto la medida en la que los errores sistemáticos dominaban cualquier intento de hacer trabajo de precisión con H_0 . En 1976 no hubiera sido posible hacer una investigación sobre anisotropías intrínsecas usando mediciones de H_0 . Hoy en día, por el contrario, sí se puede emprender este tipo de trabajos. Bennett et al [8]., por ejemplo, reportan un error del 1 % en la determinación de H0 combinando bases de datos astronómicos de diversa índole.

2. Métodos de análisis

El primer método de análisis (método direccional) consiste en calcular separadamente dos valores de H_0 usando para cada medición un grupo de galaxias elegido de acuerdo a su pertenencia en uno de los dos hemisferios definidos por una dirección de interés. Por ejemplo, definamos como dirección de interés el eje del cuadripolo de la RCF (la cual se determina con el método en [9]). Se toma una galaxia del catalogo, se calcula el ángulo θ entre el vector posición de la galaxia y la dirección del cuadripolo. Si el $cos(\theta)$ es positivo colocamos a la galaxia en el grupo P, si es negativo colocamos a la galaxia en el grupo N. Se repite el proceso para todas las galaxias (y supernovas) del catalogo. Al final del proceso terminamos con los dos grupos P y N. Con los datos de velocidad y distancia de cada galaxia se hace un ajuste a una función lineal. El valor de la pendiente es H_0 . Obtenemos dos valores respectivamente H_0^P y H_0^N cada uno con su error correspondiente. Finalmente, se aplica un test estadístico t-Student para determinar si la diferencia entre los dos valores es estadísticamente significativa. La interpretación de los resultados del test va a depender crucialmente de la correcta estimación de los errores de medición, ya que el rechazo de la hipótesis nula se basa en la probabilidad de obtener el resultado medido dado los errores.

El segundo método (método de dipolo) consiste en hacer un cálculo de H0 para cada una de las galaxias en el catálogo ($H_0 = v/d$, con d = distancia, v = velocidad) y luego hacer un ajuste de los (H_0)_i a una función de dipolo. Una de las desventajas del método direccional es que depende de una dirección seleccionada. Si en los datos existe una asimetría alineada en otra dirección, ésta puede no ser detectada. El método de dipolo es independiente de una dirección pre-seleccionada, precisamente el método descubre la dirección del dipolo.

Suponemos que el parámetro de Hubble viene descrito por una función de dipolo

$$H_0 = \bar{H_0} + \vec{D} \cdot \hat{n} \tag{1}$$

$$\Delta H_0 = H_0 - \bar{H_0} = \vec{D} \cdot \hat{n} \tag{2}$$

En (1) y (2) $\overline{H_0}$ es el valor promedio de H_0 , \hat{n} es el vector unitario que define la dirección de la galaxia y D es el vector de asimetría (o dipolo) cuya norma es la magnitud de la asimetría. A cada galaxia del catalogo le corresponde un valor de ΔH . El ajuste se hace minimizando la función χ^2 :

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{\Delta H_i - (D_x n_x + D_y n_y + D_z n_z)}{\sigma_i} \right)^2 \tag{3}$$

En (3) σ_i es el error de la medición de ΔH_i y D_x , D_y , D_z son las componentes del dipolo. Los coeficientes $D_q(q = x, y, z)$ que minimizan χ^2 definen la magnitud y dirección del dipolo. En caso de una detección estadisticamente robusta la dirección del dipolo define el eje donde se observa mayor contraste de los valores de la función.

3. Análisis direccional de H_0

Comenzamos con una descripción de la selección de datos. Para el análisis se usaron datos obtenidos del catálogo NASA/IPAC [10]. Los datos iniciales consisten de la selección de las galaxias que cuentan con determinación de distancia de buena calidad de acuerdo con Freedman y Madore [11]. La lista incluye un total de 1149 galaxias con datos promediados de distancia y desplazamiento rojo (z) y sus respectivas desviaciones estándar. La velocidad de recesión se calculó convirtiendo la velocidad heliocéntrica (zc) al sistema de referencia de la RCF. También se trabajó inicialmente con la base de datos Sloan Digital Sky Survey (SDSS). La herramienta SkyServer Data Release (DR10) permiten hallar los metadatos de Galaxias (al rededor de 1.848.851 galaxias) con sus *redshift* y magnitudes aparentes (multirango), con el valor agregado de incluir los respectivos errores para cada medición. Dentro de los criterios necesarios para alimentar esta interfaz, está el definir un punto central de coordenada, un radio de búsqueda y un rango de magnitudes por ejemplo, las coordenadas del eje del cuadripolo). Los resultados presentados en este artículo se basan en los datos NASA/ IPAC (los cuales contienen algunos de los datos del SDSS). En un trabajo futuro se utilizará una selección que incluya los datos combinados de mayor calidad.

El primer corte que se debe hacer es rechazar galaxias cercanas debido a los movimientos propios de las galaxias bajo la influencia de los campos gravitacionales producidos por el Grupo Local (3 Mpc), el súper cluster de Virgo (33 Mpc) y el Great Atractor (45 Mpc). Para el análisis se eligió una distancia mínima de 45 Mpc, aunque también se usaron cortes a otras distancias para estudiar la sensibilidad de los resultados. Se rechazaron galaxias con errores de medición de distancia superiores al 30% y errores de velocidad superiores al 20%.

Las galaxias que no tenían datos de desviación estándar en distancia o de desplazamiento rojo (z) se les asignaron un valor de 10 Mpc y 100 $km s^{-1}$ respectivamente. El error total en los datos de distancia y velocidad se estimó sumando en cuadratura el error estadístico y el error sistemático estimado por inferencia de los resultados de Freedman et al. [12] para H_0 . Estimar los errores sistemáticos es la parte del análisis que mayor dificultad presentó y que mayor impacto va a tener en los resultados finales.

Para obtener H_0 mediante ajustes lineales de los datos (velocidad, distancia) es necesario tener en cuenta los errores tanto de velocidad como de distancia. El método de mínimos cuadrados usado para el ajuste esta formulado en términos de los errores en la variable independiente (velocidad) únicamente. Para tener en cuenta el efecto de los errores de distancia en el ajuste de mínimos cuadrados se proyectan los errores de distancia al eje y usando un valor nominal de H_0 y se combinan en cuadratura los errores de velocidad (σ_v) con los errores de distancia (σ_d) proyectados en el eje y:

$$\varepsilon = \sqrt{\sigma_v^2 + \left(H_0 \sigma_d\right)^2} \tag{4}$$

Para verificar los algoritmos de ajuste de datos se usaron los datos de SN de Freedman et al. [11] y así fue posible reproducir los resultados allí presentados. Para la muestra de 36 supernovas Freedman et al. obtienen $H_0 = 71 \pm 2$ (error estadístico), los resultados de nuestro análisis de los mismos datos es de 70 ∓ 2 , los cuales son compatibles. La Figura 1 presenta el ajuste. *Nota*: las unidades de medida de H_0 en este articulo son $km s^{-1} Mpc^{-1}$ (en lo que sigue no anotamos las unidades de H_0 explícitamente.)

Una vez verificado el proceso se procedió al análisis direccional en la dirección del cuadripolo de la RCF. La figura 4 muestra los ajustes para el grupo de datos P (POS) y N (NEG).

Para el grupo P el valor de H_0 es 65 ± 3 y para el grupo N se obtiene $H_0 = 67 \pm 2$. La diferencia de 2 es apenas 1σ , lo cual no es suficiente para declarar una detección de asimetría. Un test t-Student para comparar los dos valores teniendo en cuenta las varianzas, da un resultado de t = 0.84 con una probabilidad asociada de 0.49 (probabilidad de que el valor de t pueda ser producto de ruido aleatorio).

Se define un parámetro de asimetría A:

$$A = \frac{H_0^P - H_0^N}{\bar{H}_0}$$
(5)

En (5) H_0 es el promedio entre los dos valores de H_0 que aparecen en el numerador. Con los resultados de los ajustes se obtiene A = 0.032 en la dirección del cuadripolo RCF. Se encuentra que estos resultados varían



Figura 1. Ajuste a los datos de SN de Freedman et al. [11]



Figura 2. Ajustes a los datos velocidad, distancia de galaxias en los dos hemisferios definidos por el cuadripolo de la RCF

moderadamente para diferentes cortes a los datos (distancia minima y errores sistemáticos nominales). La Tabla 1 presenta los resultados para diferente selección de datos.

Dist	Error	Error	Ho	No.	Ho	No.	ΔH_0	Α	t-test	prob
Min	velocidad	distancia	POS	gal	NEG	gal				
(Mpc)	(%)	(%)		POS		NEG				
35	2	6	64.2±1.7	189	68.1±1.4	142	3.9	0.058	2.49	0.13
35	5	10	63.9±2.1	189	67.4±2.0	142	3.5	0.053	1.66	0.24
45	2	6	64.2±2.1	110	67.7±1.6	110	3.5	0.054	1.91	0.20
45	5	10	64.7±2.7	110	66.8±2.3	110	2.1	0.032	0.84	0.49

Table 1. Resultados de análisis direccional para cuadripolo RCF

Las columnas en la tabla presenta los siguientes datos: corte de distancia minima, error sistemático estimado para velocidades, error sistemático estimado para distancias, valor de H_0 grupo P, numero de galaxias en el grupo P, valor de H_0 grupo N, numero de galaxias en el grupo N, $\delta H_0 = H_0^P - H_0^N$, parámetro asimetría A (formula 5), resultados del test estadístico t-test, probabilidad asociada (probabilidad de que el valor t-test resulte solo de ruido aleatorio).

4. Análisis de dipolo en H_0

El método de ajustar los datos de H_0 (mediciones individuales de H0 para el conjunto de galaxias en el catalogo que pasa los criterios de selección) a una función de dipolo tiene la ventaja de hallar la dirección de la anisótropa, si es que existe. Además de los cortes descritos en la sección anterior para la distancia minima, y los errores en

Dist Min (Mpc)	Error velocidad (%)	Error distancia (%)	H0 POS	No. gal POS	H0 NEG	No. gal NEG	ΔH_0	A	t- test	prob
35	2	6	63.4±1.3	219	68.9±1.7	112	5.5	0.083	3.52	0.07
35	5	10	62.5±1.9	219	68.3±2.3	112	5.8	0.089	2.76	0.11
45	2	6	65.6±1.6	137	67.5±2.0	83	1.9	0.029	1.05	0.40

Table 2. Resultados de análisis direccional para asimetría hemisférica de varianza RCF

distancia y velocidad, aquí se aplico un criterio adicional consistente en rechazar valores de H_0 que se desvían de la media por mas de 4.5xFWHM (full width half MAX de la distribución de todos los H_0). El error asociado con cada valor de H_0 (σ_H) viene dado por el formalismo de propagación de errores a partir de los errores de distancia (σ_d) y velocidad (σ_v):

$$\sigma_H = \left[\left(\frac{\sigma_v}{d} \right)^2 + \left(\frac{v \sigma_d}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{6}$$

Los resultados del ajuste de los datos a la función dipolar definida en la ecuación (2) convergen a la solución presentada en la Tabla 3 para diferentes cortes de distancia y estimación de errores sistemáticos.

Dist Min	Error velocidad	Error distancia	Dx	Dy	Dz	D	t (°)	b (°)	χ^2	Npt	Prob
(Mpc)	(%)	(%)									
35	2	6	3.3	-2.4	-1.4	4.3	323.1	-18.6	263	302	0.057
35	5	10	3.5	-2.6	-1.6	4.7	323.5	-19.8	170	302	4x10 ⁻⁸
45	2	6	2.4	-0.9	-1.4	2.9	339.8	-27.9	180	207	0.09
45	5	10	2.7	-1.1	-1.7	3.4	338.4	-29.7	113	207	2x10-6

Table 3. Ajustes de los datos de H₀ a una función de dipolo

Los resultados que se presentan en la Tabla 3 son: D_x , D_y y D_z = las componentes del dipolo, D = la amplitud del dipolo ($km \ s^{-1} \ Mpc^{-1}$), ℓ = longitud galáctica, b = latitud galáctica, χ^2 = el valor de la función de minimization (ecuación 3), Npt = numero de mediciones incluidos, Prob = probabilidad asociada al χ^2 (probabilidad de que el valor obtenido de χ^2 sea generado por puro ruido aleatorio).

Con parámetros 45,5 %,10 % los datos indican la presencia de una variación de H_0 del 5 % (D) o 10 % (A) a través de la esfera celeste. Nótese que el parámetro de asimetría A (formula 5) esta relacionado con D: A = 2D. Si los errores de distancia y velocidad reflejan los errores verdaderos de los datos entonces podemos confiar en el χ^2 y por lo tanto podemos decir que la detección de anisótropa dipolar en H_0 es robusta: la probabilidad de obtener ese χ^2 en caso de no existir un dipolo H_0 seria solo de 2×10^{-6} . Sin embargo, nótese que χ^2 es bastante sensible a los valore estimados de los errores. Con parámetros 45,2 %,6 % la amplitud del dipolo baja a 2.9 y el peso estadístico es marginal (Prob = 0.09). La posibilidad de declarar la presencia de dipolo queda supeditada a la confianza que se tenga de los errores de velocidad y distancia de las galaxias usadas. No obstante las consideraciones anteriores se puede apreciar que los resultados de amplitud y dirección del dipolo varían apenas marginalmente para los diferentes cortes de distancia. Para un 95 % CL se obtiene un error de $\pm 2,3$ para D. Con parámetros 35,5 %,10 % se obtiene una anisotropía H0 del 7 % (D) o 14 % (A) con mayor peso estadístico (2 σ) lo cual comienza a abrir las posibilidades de un efecto cosmológico. Se deriva una cota superior 95 % CL de 8 % para la amplitud del dipolo (D) y de 16 % para el parámetro de asimetría (A).

5. Conclusiones

En este trabajo hemos realizado un análisis sistemático de isotropía en los datos de H_0 . La investigación es motivada por el carácter fundamental de la hipótesis de isotropía para la cosmología y por las observaciones de anomalías a escalas angulares grandes en los mapas de RCF. La metodología de análisis consiste en calcular la rapidez de la expansión (parámetro de Hubble H0) en dos direcciones opuestas de acuerdo al eje del cuadripolo de la RCF y del eje de asimetría hemisférica en la variancia de la RCF. Con este análisis no se encontró una asimetría direccional en H0 estadísticamente significativa para el cuadripolo RCF y marginal para la variancia RCF. Se estableció una cota (95 % CL) de asimetría de $H_0 < 12$ % en las direcciones del cuadripolo y del eje de varianza RCF. También se hizo un ajuste de los datos de H0 a una función de dipolo con el objetivo de detectar la posible presencia de asimetría en la expansión y de calcular la amplitud y dirección de la misma en caso de ser positiva la detección. Con el análisis de dipolo se obtiene una cota superior 95 % CL a la variación de H_0 sobre la esfera celeste de 16 %. El peso estadístico de estos resultados, sin embargo, depende de estimar correctamente los errores de las mediciones. Se encontró que la posible detección de un dipolo en los datos de H_0 puede ser estadísticamente contundente o simplemente marginal de acuerdo a la manera como se estiman los errores de distancia y velocidad de las galaxias usadas en los cálculos. Este trabajo demostró el gran potencial que ofrece el uso de bases de datos públicos para hacer investigación en temas relevantes y de impacto. Los resultados obtenidos son intrigantes, sin embargo, señalan la necesidad de un entendimiento más profundo y detallado de los errores de medición.

Referencias

- [1] Planck Collaboration, 2013 Results-XXIII, Astronomy & Astrophysics. 571,2014, p. A23.
- [2] Smoot, G.F., et al., Astrophysical Journal. 396, 1992, pp. L1-L5.
- [3] Grishchuk, L, y Zeldovich, I., Soviet Astronomy. 22, 1978, p. 125.
- [4] Erickcek, A.l., et al., Physical Review. D80, 2009.
- [5] Kogut, A., Physical Review. D55, 1997, p. 1901.
- [6] Gibelyou, C., y Huterer, D., Monthly Notices Royal Aca. Soc. 427, 2012, p. 1994
- [7] Rubin, V.C., et al., Astrophysical Journal. 81, 1976, p. 719.
- [8] Bennett,C.L, et al. ,Astrophysical Journal. 794, 2014, p. 135.
- [9] Torres, S., Astro. Lett. and Communications. 32, 1995, p. 95.
- [10] NED sitio web: http://ned.ipac.caltech.edu/
- [11] Freedman, W.L. y Madore, B.F., Annu. Rev. Astron. Astrophys. 48, 2010, p. 673.
- [12] Freedman, W.L., et al., Astrophysical Journal, 553, 2001, p. 47.