

Dinámica de pulsos localizados en cadenas no lineales acopladas

Dynamics of localized pulse in coupled nonlinear chains

Paola Concha Obando^{a*}, Alejandro Pérez Riascos^b.

^a Grupo de Sistemas Complejos, Instituto Balseiro.

^b Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México

Aceptado Noviembre 2011; Publicado en línea Enero 2012

Resumen

El acoplamiento lineal de dos cadenas oscilatorias unidimensionales no lineales se describe mediante el Hamiltoniano β -Fermi-Pasta-Ulam (β -FPU), el cual es un modelo para el estudio de redes no lineales discretas. Las ecuaciones que describen la dinámica de este sistema permiten aplicar el método variacional. Mediante la formulación de un Lagrangiano se busca optimizar parámetros en funciones de prueba que describen los pulsos en cada una de las cadenas. A partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange se extrae información del sistema considerando diagramas de fase para cada una de las variables incluidas. Finalmente, con las condiciones iniciales determinadas por medio de los diagramas de fase, se determina en forma numérica la evolución del sistema, así como los parámetros e intervalos de estabilidad.

Palabras claves: Dinámica no lineal, Métodos de aproximación.

Abstract

The linear coupling of the two one-dimensional nonlinear oscillator chains, described with the β -Fermi-Pasta-Ulam (β -FPU) Hamiltonian, which is one model of the nonlinear discrete lattices. The equations describing the dynamics of this system allow to apply the variational method. Through of the Lagrangian are optimized the parameters of the trial functions describing the pulses for each chain. Next, we obtain of the Euler-Lagrange equations, information of the system from phase diagrams for each variable included. Finally, we employ the initial conditions determined through phase diagrams, for describe the numerical evolution of the system, and the stability conditions.

Keywords: Nonlinear dynamics, Approximation methods.

1. Introducción

Las cadenas oscilatorias no lineales han sido utilizadas en investigaciones en problemas de dinámica no lineal. El modelo FPU, corresponde a uno de los sistemas de estudio de cadenas oscilatorias no lineales, fue propuesto por primera vez para explicar los fundamentos de la mecánica estadística [2]. Un reciente desarrollo es la exploración de energía ubicada en cadenas no lineales, la existencia de estructuras aisladas como pulsos localizados y solitones en altas frecuencias, que son encontrados como solución a las ecuaciones diferenciales parciales. La evidencia experimental se encuentra en varios sistemas como: arreglos no lineales de guías ópticas de ondas, cristales de bajas dimensiones, arreglos de junturas Josephson, sistemas micromecánicos, proteínas de α -hélices y solitones lentos que son descritos en cadenas unidimensionales no

* paolaconcha05@gmail.com

lineales encontrados en macromoléculas de ADN y algunos cristales [1]. Las ecuaciones que describen la dinámica del sistema, establecidas el modelo β -FPU, permiten aplicar el método variacional, a través de la formulación clásica del Lagrangiano, el cual se determina para funciones de prueba con parámetros libres [3]. De esta manera, las ecuaciones de Euler-Lagrange posibilitan extraer información del sistema, mediante diagramas de fase para cada uno de los parámetros incluidos, permitiendo la caracterización en forma numérica la evolución del sistema [4].

2. Método variacional

Las ecuaciones diferenciales que describen la dinámica de cadenas oscilatorias no lineales acopladas, se construyen asignando funciones complejas $\Psi(x, t)$ a cada una de las cadenas, descritas de la siguiente manera [1]:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \omega_m^2 \Psi_1 \right) + \beta |\Psi_1|^2 \Psi_1 = c \Psi_2, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \omega_m^2 \Psi_1 \right) + \beta |\Psi_1|^2 \Psi_1 = c \Psi_2, \quad (2)$$

donde ω_m es un parámetro asociado a la dinámica de las cadenas, β es la constante de interacción no lineal y c es la constante de acoplamiento lineal entre cadenas. El Lagrangiano L , de las ecuaciones (1) y (2) está dado por:

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\left| \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} \right|^2 + \left| \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} \right|^2 + \left| \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} \right|^2 - \omega_m^2 |\Psi_1|^2 - \omega_m^2 |\Psi_2|^2 - \beta (|\Psi_1|^4 + |\Psi_2|^4) + 2c \Psi_1 \Psi_2^* + \Psi_2 \Psi_1^* \right) dx \quad (3)$$

La idea de la aproximación variacional consiste en insertar funciones de prueba apropiadas con parámetros libres en la ecuación (3). Posteriormente realizando la integración en x se encuentra el Lagrangiano, el cual varía con relación a los parámetros escogidos [3]. Finalmente, con las ecuaciones de Euler-Lagrange para los parámetros [4], se obtiene un nuevo conjunto de ecuaciones diferenciales, las cuales describen la evolución de los pulsos, la información del sistema se extrae considerando los diagramas de fase de los parámetros [6]. En la utilización del método variacional el punto crítico es la elección adecuada de las funciones de prueba, ya que pueden reflejar, al menos, aproximadamente la evolución de los pulsos durante el proceso de acoplamiento.

3. Funciones de Prueba Idénticas

En una primera aproximación, el estudio del comportamiento numérico del sistema de cadenas acopladas, se realiza considerando funciones de prueba idénticas, donde:

$$\Psi_1(x, t) = \Psi_2(x, t) = \varphi(x, t).$$

Usando la suposición general para la función de prueba propuesta para guías de ondas no lineales [5], se asume la siguiente forma para $\varphi(x, t)$:

$$\varphi(x, t) = \Psi_{max} \text{Sech}[x\lambda(t)] \exp i\theta(t). \quad (4)$$

En esta consideración, la función de onda está asociada a un pulso que depende del parámetro $\lambda(t)$ y una fase $\theta(t)$, con una amplitud máxima $\Psi_{max} = 1$. El Lagrangiano de este sistema es:

$$L = \frac{1}{9\lambda(t)^3} \left((12 + \pi^2) + 12\lambda(t)^4 \dot{\lambda}(t)^4 + 12\lambda(t)^2 (-3\omega_m^2 + 6c - 2\beta + 3\dot{\theta}(t)^2) \right). \quad (5)$$

Las ecuaciones de Euler - Lagrange, determinadas por medio de la ecuación (5), para los parámetros $\lambda(t)$ y $\theta(t)$, son:

$$12\lambda(t)^4 - 12\lambda(t)^2(-3\omega_m^2 + 6c - 2\beta + 3\theta(\dot{t})^2) + 3(12 + \pi^2)\dot{\lambda}(t)^2 - 2(12 + \pi^2)\lambda(t)\ddot{\lambda}(t) = 0, \quad (6)$$

$$\dot{\theta}(t)\dot{\lambda}(t) - \lambda(t)\ddot{\theta}(t) = 0. \quad (7)$$

Se determina una ecuación para el parámetro $\lambda(t)$, a través de las ecuaciones de evolución para $\lambda(t)$ y $\theta(t)$:

$$12\lambda(t)^4 - 12\lambda(t)^2(-3\omega_m^2 + 6c - 2\beta + 3(c_1\lambda(t))^2) + 3(12 + \pi^2)\dot{\lambda}(t)^2 - 2(12 + \pi^2)\lambda(t)\ddot{\lambda}(t) = 0, \quad (8)$$

La ecuación diferencial no lineal de segundo orden (8), está asociada únicamente con el parámetro $\lambda(t)$. Mediante el análisis del mapa de fase presentado en la figura 1, se puede extraer información cualitativa de esta ecuación [4].

En el diagrama de fase 1, las trayectorias cerradas en torno al centro corresponden a soluciones periódicas y los puntos centrales son las trayectorias en las cuales el sistema es más estable, esta clase de comportamiento también es observado en sistemas periódico de ondas no lineales [6].

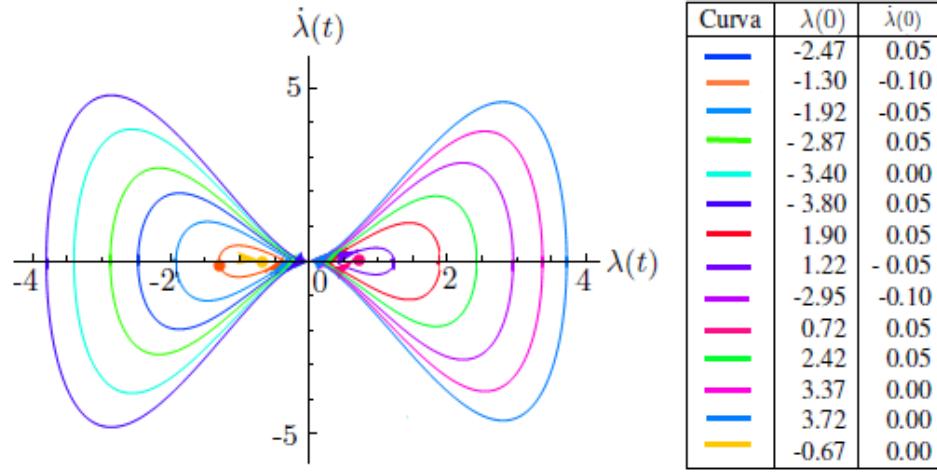


Figura 1. Diagrama de fase $(\lambda, \dot{\lambda})$ para la ecuación (8). Las líneas de cada color corresponden a diferentes condiciones iniciales del sistema especificadas en la tabla. Los diagramas se construyen para el parámetro de no linealidad $\beta = 2$. Factor de acoplamiento $c = 0.3$ y constante de integración $c_1 = 1$.

Las condiciones iniciales asociadas a uno de los puntos de estabilidad, para los parámetros $\lambda(t)$ y $\theta(t)$ son:

- $\lambda(0) = 0,725$ y $\dot{\lambda}(0) = 0,050$
- $\theta(0) = 0,000$ y $\dot{\theta}(0) = 0,725$

Las condiciones iniciales establecidas para el sistema de cadenas, permiten resolver de forma numérica las ecuaciones de Euler - Lagrange (6) y (7), con el fin de obtener la construcción numérica de la función de prueba propuesta en la ecuación (4), los resultados se presentan en la figura 2(a). Además, los valores establecidos para las constantes de interacción lineal c y no lineal β , junto con la construcción numérica de la función de prueba, permiten la integración numérica de las ecuaciones (1) y (2), los resultados obtenidos se presentan en la figura 2(b), los cuales son estables en un intervalo finito de tiempo. Bajo esta consideración, se plantea la inquietud de establecer funciones de prueba idénticas con parámetros adicionales que permitan

ampliar los intervalos de tiempo para la observación de la evolución del sistema en un mayor rango de estabilidad.

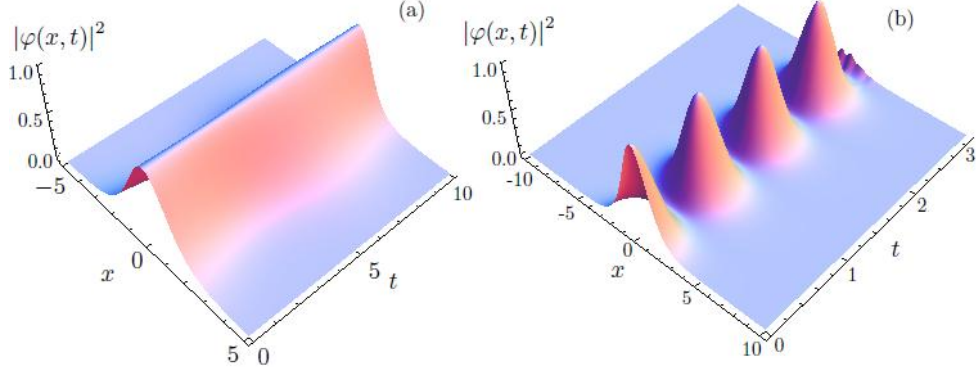


Figura 2. (a) Modulo al cuadrado de la función de prueba $|\varphi(x, t)|^2$ con $\Psi_{max} = 1$. (b) Integración numérica de las ecuaciones diferenciales (1) y (2) para cadenas con $\beta = 2$, $\omega_m = 4$ y $c = 0.3$.

4. Funciones de Prueba Idénticas con parámetros adicionales

La construcción de funciones de prueba idénticas, que permitan observar el comportamiento estable del sistema, en un rango mayor de tiempo, se plantean para:

$$\Psi_1(x, t) = \Psi_2(x, t) = \varphi(x, t).$$

Teniendo en cuenta la inclusión de parámetros adicionales en la nueva función $\Psi(x, t)$, la función de prueba se asume usando la suposición general para la función de prueba propuesta para guías de ondas no lineales [5], de la siguiente manera:

$$\varphi(x, t) = \Psi \text{Sech}[x\lambda(t)] \exp i\theta(t) \exp i\omega t. \quad (9)$$

En este caso se incluye el parámetro ω multiplicado por el tiempo en un factor exponencial, y se conservan los términos dependientes del tiempo $\lambda(t)$ y $\theta(t)$. El Lagrangiano del sistema se obtiene reemplazando la función $\varphi(x, t)$ en la ecuación (3) e integrando con respecto a x :

$$L = \frac{\Psi^2}{9\lambda(t)^3} (12\lambda(t)^2 (3(\omega^2 - \omega_m^2) + 6c - 2\Psi^2\beta + \lambda(t)^2 + 3\dot{\theta}(t) (2\omega + \dot{\theta}(t))) + (12 + \pi^2)\dot{\lambda}(t)^2). \quad (10)$$

El termino adicional presente en la función de prueba, se observa también en el Lagrangiano del sistema. Además, el Lagrangiano depende nuevamente de los parámetros λ , θ y de sus derivadas temporales. De esta manera las ecuaciones de Euler-Lagrange para el sistema, deducidas a partir de (10), para los parámetros $\lambda(t)$ y $\theta(t)$ son:

$$2(12 + \pi^2) \lambda(t) \ddot{\lambda}(t) + 12\lambda(t) (3(\omega^2 - \omega_m^2) + 6c - 2\Psi^2\beta + 3\dot{\theta}(t) (2\omega + \dot{\theta}(t))) - 3(4\lambda(t)^4 + (12 + \pi^2)\dot{\lambda}(t)^2) = 0, \quad (11)$$

$$(\omega + \dot{\theta}(t))\dot{\lambda}(t) - \lambda(t)\ddot{\theta}(t) = 0. \quad (12)$$

Por medio de estos resultados se determina una ecuación diferencial para el parámetro $\lambda(t)$, con una amplitud máxima $\Psi=1$:

$$\sigma \ddot{\lambda}(t) = 6\lambda(t)(3\omega_m^2 - 6c + 2\beta + (1 - 3c_1^2)\lambda(t)^2) + \frac{3}{2\lambda(t)}\sigma \dot{\lambda}(t)^2 \quad (13)$$

Donde $\sigma = 12 + \pi^2$. La ecuación diferencial determinada para el parámetro $\lambda(t)$, se analiza considerando diagramas de fase. Los resultados son presentados en la figura 3.

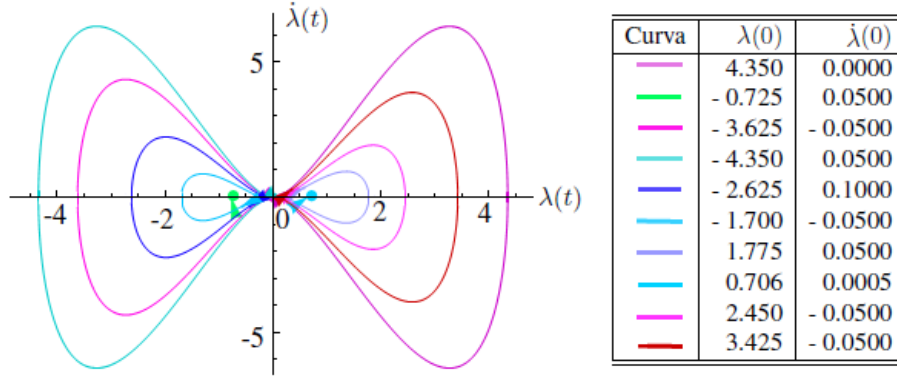


Figura 3. Diagramas de Fase de la ecuación diferencial para $\lambda(t)$. Las líneas de color corresponden a diferentes condiciones iniciales del sistema, las cuales se describen en la tabla. Los diagramas se construyen considerando el parámetro de no linealidad $\beta = 2$. Factor de acoplamiento $c = 0.3$ y las constantes $c_1 = 1$ y $\omega = 2$.

Las trayectorias observadas en la figura 3, son atraídas a un punto central; la ecuación (8) presenta mayor debido a este comportamiento estabilidad. Se observa también, en el espacio de fase una serie de trayectorias cerradas y concéntricas en torno a este punto, simétricas con respecto al eje λ , las cuales corresponden a soluciones periódicas [6]. Las condiciones iniciales, relacionadas con uno de los puntos de estabilidad en el diagrama de fase para

- $\lambda(0) = 0,706$ y $\dot{\lambda}(0) = 0,0005$
- $\theta(0) = 0,000$ y $\dot{\theta}(0) = -1,2939$.

Las condiciones iniciales determinadas para λ y θ , permiten solucionar en forma numérica las ecuaciones diferenciales (11) y (12). Estas soluciones y el valor determinado para el parámetro adicional $\omega = 2$, se incluyen en la ecuación (9), para la construcción numérica de la función de prueba propuesta. El resultado se presenta en la figura 4(a). El sistema de cadenas oscilatorias no lineales acopladas, está caracterizado por un factor de no linealidad $\beta = 2$ y un factor de acoplamiento $c = 0.3$. La solución numérica de las funciones de prueba, para este sistema de cadenas acopladas, permite la integración numérica de las ecuaciones (1) y (2). Los resultados obtenidos se presentan en la figura 4(b). El modulo al cuadrado de la función de prueba se comporta como un pulso constante de amplitud máxima $\Psi = 1$, figura 4(a). La integración numérica de las ecuaciones diferenciales del sistema de cadenas, evoluciona en forma de pulsos oscilantes, restringidos a cierto intervalo temporal, 4(b). Las funciones de prueba idénticas asumidas restringen las observaciones con respecto al efecto de acoplamiento entre cadenas. Estas limitaciones, inducen a pensar en funciones de prueba asociadas a cada una de las cadenas, que presenten características diferentes a las consideradas para funciones de prueba idénticas y permitan establecer la evolución de los pulsos en intervalos con mayor rango de estabilidad.

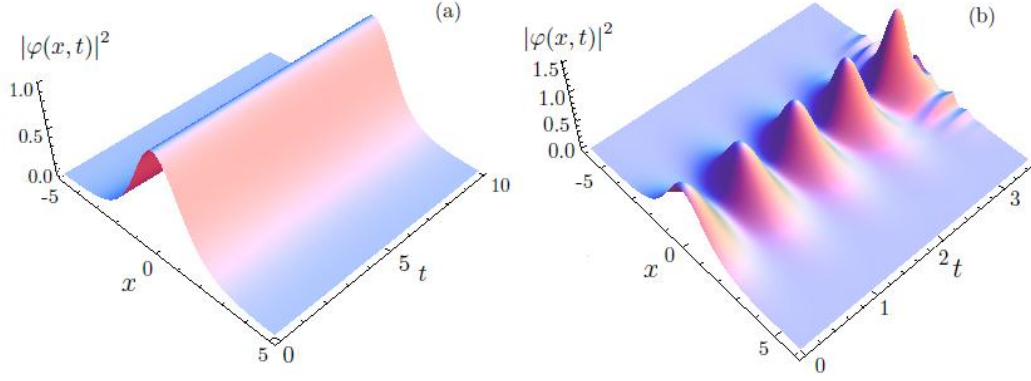


Figura 4. (a) Modulo al cuadrado de la función de prueba $|\varphi(x, t)|^2$ con $\Psi_{max} = 1$. (b) Integración numérica de las ecuaciones diferenciales para funciones de prueba idénticas, con $\beta = 2$, $\omega_m = 4$ y $c = 0.3$.

5. Funciones de Prueba con λ constante

Un aspecto importante que se incluye en las funciones de prueba idénticas, es la dependencia temporal del parámetro λ , esta característica es replanteada y se considera funciones de prueba asociadas a cada una de las cadenas, en las cuales el parámetro λ es una constante por determinar para el sistema establecido. Las funciones de prueba se definen siguiendo el modelo propuesto para pulsos localizados en cadenas no lineales acopladas [1], de la siguiente forma:

$$\Psi_1(x, t) = \Psi \text{Sech}[\lambda x] \cos \theta(t) \exp(-i\Delta(t)),$$

$$\Psi_2(x, t) = \Psi \text{Sech}[\lambda x] \sin \theta(t) \exp(i\Delta(t)), \quad (14)$$

aquí, Ψ es la máxima amplitud, el parámetro $\theta(t)$ está relacionado con la medida de distribución de energía entre las cadenas. En las funciones de prueba se incluye la fase $\Delta(t)$ y la constante λ cuyo valor inverso se relaciona con el ancho del pulso, el cual se asume igual para ambas cadenas. El Lagrangiano del sistema es:

$$L = \frac{\Psi^2}{3\lambda} (2\lambda + 12c \cos 2\Delta(t) \sin 2\theta(t) - 6\omega_m^2 - 3\beta - \beta \cos 4\theta(t) + 6\dot{\Delta}(t)^2 + 6\dot{\theta}(t)^2), \quad (15)$$

el cual presenta dependencia de los parámetros $\Delta(t)$, $\theta(t)$ y sus respectivas derivadas temporales. Las ecuaciones de Euler-Lagrange [4] para $\Delta(t)$ y $\theta(t)$ son:

$$2c \sin 2\Delta(t) \sin 2\theta(t) + \ddot{\Delta}(t) = 0, \quad (16)$$

$$6c \cos(2\Delta(t)) \cos 2\theta(t) + \Psi^2 \beta \sin 4\theta(t) = 3\ddot{\theta}(t), \quad (17)$$

Asumiendo las condiciones iniciales de las ecuaciones diferenciales para los valores $\theta(t) = \Delta(t) = 1$, y $\dot{\Delta}(0) = \dot{\theta}(0) = 0$, se analiza la estabilidad el sistema caracterizado por la constante de no linealidad β y el factor de acoplamiento c , variando las constantes λ y Ψ , incluidas en el pulso inicial. Los diagramas de fase, para un sistema de cadenas se presentan en la figura 5. En los diagramas de fase se puede observar que las soluciones de las ecuaciones diferenciales para θ y Δ , tienden a permanecer en estado de equilibrio y no divergen, para los valores establecidos para el sistema. Un rasgo importante encontrado en este análisis, está relacionado con la amplitud del pulso, la cual debe ser de un orden menor que 1, para lograr estabilidad del sistema. Las condiciones iniciales asumidas para el sistema y los valores de las constantes para soluciones

estables, se utilizan para resolver numéricamente el sistema de ecuaciones de Euler - Lagrange (16) y (17). Las soluciones numéricas para θ y Δ , permiten construir numéricamente las funciones de prueba (14).

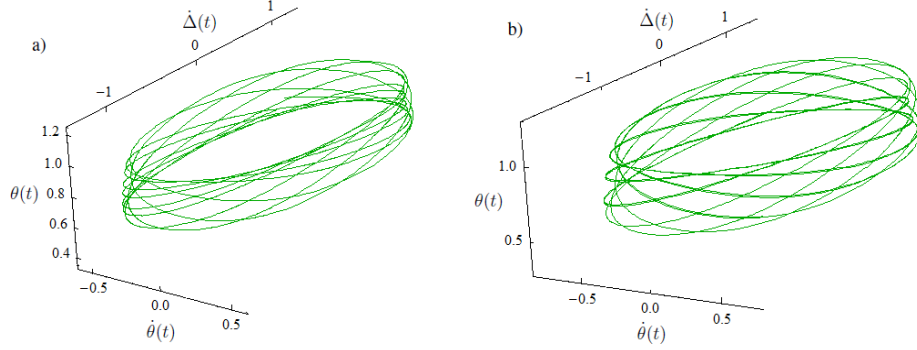


Figura 5. (a) Diagrama de fase correspondiente a $\theta(t)$. (b) Diagrama de fase para $\Delta(t)$. Las cadenas acopladas están caracterizadas por $\beta = 2.35$ y acoplamiento $c=0.51$, para los pulsos con parámetros $\lambda = 0.53$ y amplitud máxima $\Psi = 0.2$.

Los resultados para un sistema de cadenas con $\beta = 2.35$ y acoplamiento entre cadenas $c = 0.51$. Para un pulso de amplitud máxima $\Psi = 0.2$ y $\lambda = 0.53$, se presentan en la figura 6. Los módulos al cuadrado de las funciones $|\Psi_1(x, t)|^2 + |\Psi_2(x, t)|^2$ se presentan como pulsos oscilantes y periódicos, que evolucionan en el tiempo de manera estable. El comportamiento alternante de las funciones de prueba está relacionado con el parámetro θ . La solución de la integración numérica de las ecuaciones diferenciales de acoplamiento, para el sistema estudiado se muestra en la figura 6. La solución numérica de las ecuaciones de acoplamiento, se presentan como pulsos localizados oscilantes, que logran permanecer mayor tiempo estables. El sistema muestra alta sensibilidad a las condiciones iniciales y a los parámetros propios de la cadena, en donde es de gran importancia la forma asumida para el pulso de prueba. Las características que presenta este sistema llevan a considerar funciones de prueba en las que se incluyan parámetros adicionales, con el fin de establecer mayores rangos de estabilidad.

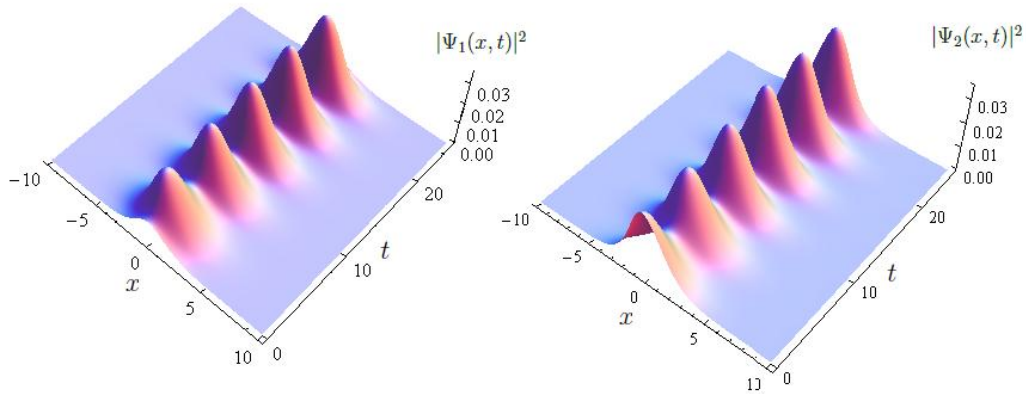


Figura 6. Solución numérica de módulos al cuadrado de las funciones de onda asociadas a la cadena uno $|\Psi_1(x, t)|^2$ y a la cadena dos $|\Psi_2(x, t)|^2$.

5. Funciones de Prueba para λ constante con parámetros adicionales

Considerando los resultados obtenidos para funciones de prueba con λ constante, se plantean las siguientes funciones en las cuales se incluye el parámetro ω , las ecuaciones se formulan siguiendo el modelo propuesto

para pulsos localizados en cadenas no lineales acopladas [1]:

$$\begin{aligned}\Psi_1(x, t) &= \Psi \text{Sech}[\lambda x] \cos \theta(t) \exp(-i\Delta(t) - i\omega t), \\ \Psi_2(x, t) &= \Psi \text{Sech}[\lambda x] \sin \theta(t) \exp(i\Delta(t) - i\omega t),\end{aligned}\quad (18)$$

En las ecuaciones, Ψ es la amplitud máxima del pulso, $\theta(t)$ es un parámetro asociado a la distribución de la energía entre las cadenas, $\Delta(t)$ es una fase y el parámetro adicional ω es relacionado a través del término exponencial. Las funciones de prueba (18) se reemplazan en la ecuación (3) y después de la integración con respecto a x se obtiene el Lagrangiano del sistema:

$$L = \frac{\Psi^2}{6\lambda} \left(12\omega \cos 2\theta(t) \dot{\Delta}(t) + 3\dot{\Delta}(t)^2 + 2(-6\omega_m^2 + 2\lambda^2 - 3\Psi^2\beta + 6\omega^2) - \Psi^2\beta \cos 4\theta(t) + 12c \cos \Delta(t) \sin 2\theta(t) + 6\dot{\theta}(t)^2 \right), \quad (19)$$

A partir de (19), las ecuaciones de Euler-Lagrange para $\theta(t)$ y $\Delta(t)$ son:

$$4\sin 2\theta(t)(c \sin 2\Delta(t) - \omega \dot{\theta}(t) + \ddot{\Delta}(t)) = 0, \quad (20)$$

$$6c \cos(2\Delta(t)) \cos 2\theta(t) + \Psi^2\beta \sin 4\theta(t) - 3(\omega \sin 2\theta(t) \dot{\Delta}(t) + \ddot{\theta}(t)) = 0, \quad (21)$$

Asumiendo las condiciones iniciales de las ecuaciones diferenciales para los valores $\theta(t) = \Delta(t) = 1$, y $\dot{\Delta}(0) = \dot{\theta}(0) = 0$, la estabilidad del sistema se estudia para variaciones de las constantes β y c , considerando el pulso inicial variable para valores asignados a las constantes λ y Ψ . Los diagramas de fase, para un sistema de cadenas se presentan en la figura 8.

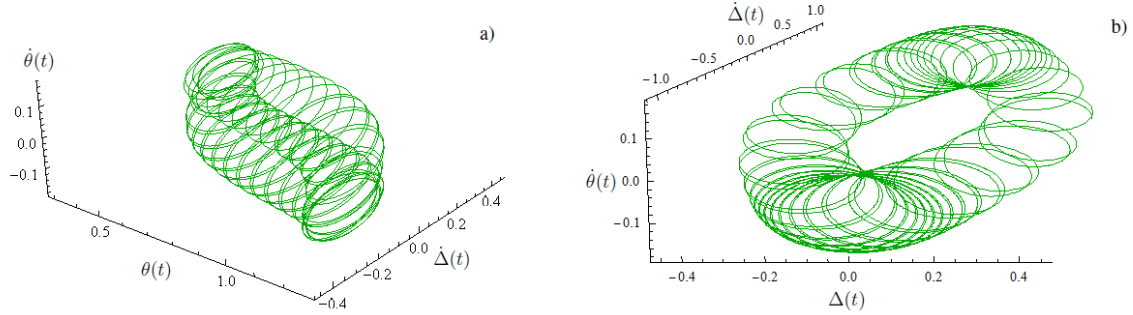


Figura 8. (a) Diagrama de fase correspondiente a $\theta(t)$. (b) Diagrama de fase para $\Delta(t)$. Las cadenas acopladas están caracterizadas por $\beta = 3.22$ y acoplamiento $c=0.6$, para los pulsos con parámetros $\lambda = 0.5$, $\omega = 4$ y amplitud máxima $\Psi = 0.3$.

En los diagramas de fase se observa las soluciones para θ y Δ , estas son estables y no divergen para las condiciones determinadas [4]. Las soluciones se encuentran asociadas a los valores característicos del sistema y valores establecidos en los pulsos iniciales, principalmente en la amplitud del pulso, la cual debe considerarse en un rango de valores menores que uno. Las condiciones iniciales asumidas para el sistema y los valores de las constantes para soluciones estables, se utilizan para resolver numéricamente el sistema de ecuaciones de Euler - Lagrange (20) y (21). Para un pulso de amplitud máxima $\Psi= 0.3$ y $\lambda = 0.5$, se presentan en la figura 9.

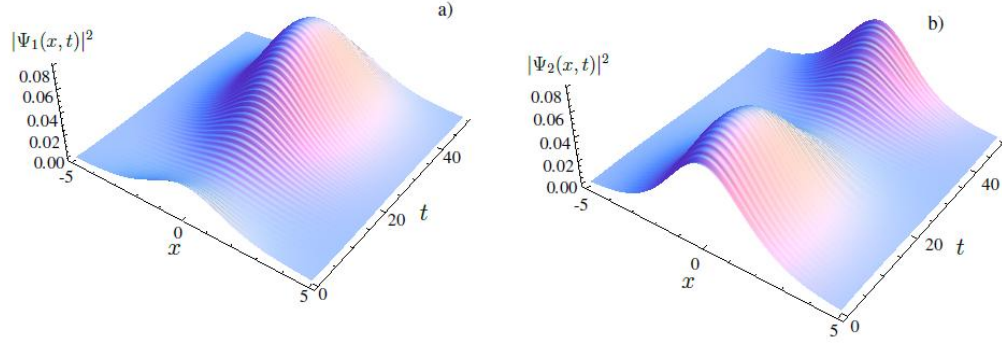


Figura 9. Solución numérica de los módulos al cuadrado de las funciones de onda asociadas a la cadena uno $|\Psi_1(x, t)|^2$ y a la cadena dos $|\Psi_2(x, t)|^2$.

Los módulos al cuadrado de las funciones de prueba $|\Psi_1(x, t)|^2 + |\Psi_2(x, t)|^2$, se presentan como pulsos oscilantes y periódicos, que evolucionan en el tiempo de manera estable. El parámetro θ está asociado al comportamiento alternante de las funciones de prueba y el parámetro adicional ω controla con el número de oscilaciones en un rango de tiempo para el pulso. La solución de la integración numérica de las ecuaciones diferenciales de acoplamiento, para el sistema estudiado se muestra en la figura 10. La solución numérica de las ecuaciones de acoplamiento, presenta pulsos estables de amplitud reducida. Los pulsos se alternan entre cada una de las cadenas, formando paquetes oscilantes los cuales oscilan también con frecuencia propia. El parámetro ω permite observar el sistema de forma estable para rangos de tiempo más amplios. El sistema muestra alta sensibilidad a las condiciones iniciales y a los parámetros propios de la cadena, en donde es de gran importancia la forma asumida para el pulso de prueba. Las funciones de prueba, que incluyen el parámetro ω presentan un sistema más estable y no divergente, que permite observar la evolución de los pulsos.

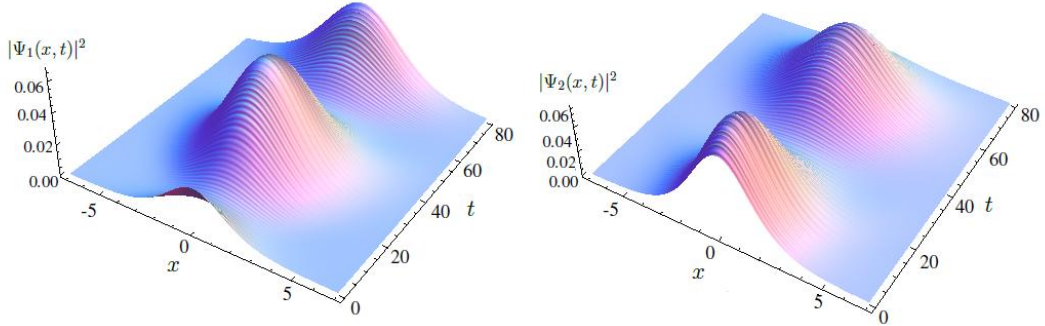


Figura 10. Solución de la integración numérica de las ecuaciones diferenciales de acoplamiento. Las cadenas acopladas están caracterizadas por $\beta = 3.22$ y acoplamiento $c=0.6$, para los pulsos con parámetros $\lambda = 0.5$, $\omega=4$ y amplitud máxima $\Psi = 0.3$.

Conclusiones

En este trabajo, se ha estudiado la dinámica del sistema compuesto por cadenas oscilatorias no lineales, para diferentes funciones de prueba. Con la técnica variacional, basada en la inclusión de parámetros variables en las funciones de prueba se realizó el análisis de la estabilidad del sistema. En primer lugar, asumiendo

funciones de prueba idénticas, se observó soluciones numéricas estables restringidas a intervalos cortos de tiempo, esta característica está ligada a la sensibilidad del sistema a las condiciones iniciales y a los valores característicos de las ecuaciones que rigen la dinámica del sistema. Por otra parte, las funciones iguales no permiten observar efectos de acoplamiento entre las cadenas. Para funciones de prueba diferentes, el efecto de acoplamiento entre cadenas está presente en la integración numérica de las ecuaciones diferenciales (1) y (2). Asumir funciones de prueba con λ constante permite observar soluciones estables y definidas en grandes intervalos de tiempo, los valores de los parámetros propios del sistema como la constante de acoplamiento entre las cadenas y el factor de no linealidad, juegan un importante papel en la estabilidad del sistema, para pulsos iniciales con amplitud en un orden menor que uno. La dinámica del sistema para pulsos localizados en cadenas no lineales acopladas presenta estabilidad considerando funciones de prueba diferentes, que incluyan frecuencia adicional a la fase, tal como las consideradas en (18), para pulsos en un límite de pequeñas amplitudes, para cadenas caracterizadas en la sección 6.

Agradecimientos

Agradecimiento especial a el departamento de física de la universidad de Nariño por el apoyo a nuestro trabajo.

Referencias

- [1] Kosevich, Yu.A. Manevitch, L.I. Savin, A.V. Classical counterpart of macroscopic tunneling quantum dynamics: transition from wandering breather to nonlinear self-trapping. En: Physical Review E. 77, (2008); 20 p. 046603 2
- [2] Berman, G. P.Izarailev , F. M. The Fermi-Pasta-Ulam problem: 50 years of progress. En: arXiv:nlin.CD/0411062 v2 14 Dec 2004.ISSN
- [3] Malomed, B. A. Skinner, I.M, Chu, P.L. Symmetric and asymmetric solitons in twin-core nonlinear optical fibers. En: Physical Review E.Volume 53, Number 4,(1996); 8 p.
- [4] Chow, Tai L. Classical Mechanics. John Wiley & Sons, Inc, 1995. 541 p ISBN 0-471-04365-6
- [5] Kosevich, Yu. A. Manevitch , L.I. Savin, A.V. Energy transfer in coupled nonlinear phononic waveguides: transition from wandering breather to nonlinear self-trapping. En: Journal of Physics: Conference Series 92 (2007) 012093
- [6] Infeld,E, Rowlands, G.Nonlinear waves, solitons and chaos. Cambridge university press, 1990. 422 p ISBN 0-521-32111-5