

Ley de Desplazamiento de Wien

Displacement Wien's Law

Luis Rozo, Luis Salazar, Chistian Mejia, Cristian Villareal Karla Reyes

*Departamento de Física
Universidad de Nariño*

Resumen

El presente artículo se enfoca en el estudio de la radiación de cuerpo negro. Para ello se utilizó una bombilla halógena como fuente de radiación electromagnética y un espectrómetro compacto de fibra óptica, mediante un montaje experimental y el respectivo software se determinó el valor de la longitud de onda máxima asociada a la radiación emitida por la lámpara; además se muestra el comportamiento de las curvas de radiación en función de la longitud de onda cuando cambia la temperatura de la fuente y se determina en forma experimental que la longitud de onda máxima es inversamente proporcional a la temperatura de un cuerpo radiante.

Palabras Claves: Cuerpo Negro, Radiación Electromagnética, Cuerpo Radiante.

Abstract

This article focuses on the study of the black body radiation. An halogen bulb was used as a source of electromagnetic radiation. The main objective of this practice is to find the value of the maximum wavelength associated with the radiation emitted by the halogen lamp. We also calculated how is the displacement of the radiation curves as a function of temperature. The last, is intended to demonstrate in an experimental way that the maximum wavelength is inversely proportional to the temperature of a radiant body.

Keywords: Blackbody, electromagnetic radiation, radiant body.

1. Introducción

En el transcurso del siglo XIX se da inicio al estudio de algunas teorías físicas, tales como la descripción de los fenómenos termodinámicos, la óptica y la teoría electromagnética de Maxwell. Todo lo anterior se construyó con base en las leyes de la mecánica newtoniana o dicho de otra forma desde el punto de vista clásico. Con el tiempo aparecieron algunos hechos relevantes que causaron un cambio en la física clásica, dando lugar a la teoría de la relatividad. Otro aspecto novedoso fue el estudio de la radiación térmica de los cuerpos calientes, en este ámbito se establecen algunas leyes, las cuales afirman que cuanto más elevada es la temperatura de un objeto, más brillante es la luz que emite, además, a medida que se eleva la temperatura del cuerpo también varía el color de la luz que emite. Todo lo anterior conllevó a establecer un cuerpo ideal que cumpla con estas características, a éste se lo denominó cuerpo negro. Por definición, un cuerpo negro es una superficie ideal que absorbe todas las longitudes de onda de la radiación electromagnética que inciden sobre él, también es el mejor emisor posible de radiación electromagnética de cualquier longitud de onda y el espectro continuo de radiación que emite, se denomina *radiación de cuerpo negro* [1].

En el desarrollo de la termodinámica se abarcan temas cómo las formas de transferencia de calor. Una de estas formas se conoce como radiación térmica, definida como el espectro comprendido entre las longitudes de onda desde 0.1 hasta $100\mu m$. Una técnica útil para el desarrollo de estas teorías se denomina espectroscopia, la cual se basa en el estudio de la interacción entre la materia y la radiación electromagnética; aunque inicialmente esta técnica se centró en el estudio de la luz, posteriormente el concepto se expandió con el fin de abarcar cualquier radiación electromagnética en función de la longitud de onda o de la frecuencia.

Una de las características de esta radiación es que la intensidad total I emitida desde la superficie de un radiador ideal es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta, T ; lo anterior es conocido como la ley de Stefan-Boltzmann [2].

$$I = \sigma T^4 \quad (1)$$

Donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann cuyo valor es $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$.

Una gráfica que relaciona la intensidad en función de la longitud de onda tiene un comportamiento como el mostrado en la Figura 1. Se puede apreciar que la longitud de onda a la cual se obtiene la potencia de emisión máxima de un cuerpo negro, λ_{max} se desplaza hacia longitudes de onda más cortas a medida que el cuerpo se calienta.

En 1893 Wien dio a conocer una forma general que explicaba el comportamiento experimental correcto de λ_{max} , denominada ley de desplazamiento de Wien, estableciendo que λ_{max} es inversamente proporcional a T , de tal manera que su producto es constante. El valor experimental de esta constante es:

$$\lambda_{max} T = 2,898 \times 10^{-3} mK \quad (2)$$

Observe que cuando la temperatura aumenta, el máximo de $I(\lambda)$ se vuelve mas alto y se desplaza a longitudes de onda menores. Un modelo teórico que se ajusta a esta distribución fue dado en 1900 por Max Planck quien postuló una función llamada ley de radiación de Planck, que se ajustaba muy bien con las curvas experimentales, la cual está dada por:

$$I(\lambda) = \frac{8\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)} \quad (3)$$

Donde h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz, k es la constante de Boltzmann, T la temperatura absoluta y λ es la longitud de onda.

Teóricamente se puede demostrar que la ley de radiación de Planck abarca la ley de desplazamiento de Wien, para ello observe:

Si deriva la ecuación anterior respecto a λ y se iguala a cero para obtener el valor de $\lambda = \lambda_{max}$, para el cual $I(\lambda)$ es máximo, se tiene:

$$\frac{dI(\lambda, T)}{d\lambda} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{-5\lambda^6 (e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1) - \lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda kT}}) \cdot \frac{-hc}{\lambda^2 kT}}{(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)^2} = 0 \quad (5)$$

Haciendo operaciones algebraicas y la sustitución $x = \frac{hc}{\lambda kT}$ se llega a la ecuación:

$$5e^{-x} + x - 5 = 0 \quad (6)$$

la cual corresponde a una ecuación trascendente y desafortunadamente no tiene una solución en forma analítica. Para encontrar el valor de x que satisface la ecuación se recurre al método de Newton-Raphson definido así:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (7)$$

Al hacer el respectivo calculo analítico sustituyendo $x_n = 5$, se calcula que $x \approx 4,965135696$, entonces se llega a que:

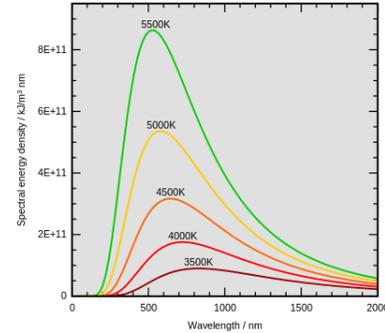


Figura 1: Emitancia espectral de radiación de un cuerpo negro a tres temperaturas diferentes.

$$\lambda_{max}T = \frac{hc}{xk} \approx 2,9 \times 10^{-3}mK \quad (8)$$

Lo cual demuestra en forma analítica la ley de Wien partiendo de la ecuación de radiación postulada por Max Planck.

Por otro lado para el desarrollo experimental de la radiación emitida por un cuerpo a una temperatura T se utilizó un espectrómetro compacto de fibra óptica el cual permitía visualizar el espectro emitido por un sólido mediante el software *SpectraLab*. A continuación se presentan algunas características del funcionamiento de este software.

En la plantilla de trabajo de este software (ver fig. 2) se muestra un plano cartesiano donde son graficados los espectros, además se observa que las cantidades asociadas a cada eje son la longitud de onda e intensidad para los ejes x y y respectivamente. Sin embargo, las intensidades mostradas en el eje y dependen de una serie de factores.

Para poder visualizar el espectro, primero se conecta el espectrómetro compacto al ordenador y luego se inicia el software, de esa manera los espectros medidos se mostraran en la pantalla, cabe aclarar que los espectros mostrados ya están calibrados respecto a la longitud de onda. Al momento de detectar un espectro es necesario configurar algunas plantillas tales como *offset* o *reference measurement*, *intensity*, aunque también el software permite seleccionar otras pantallas para transmisión/perdida o intensidad relativa, si esto se presenta entonces se debe tener en cuenta las pantallas complementarias *Spectrometer sensitivity* y *Relative intensity*.

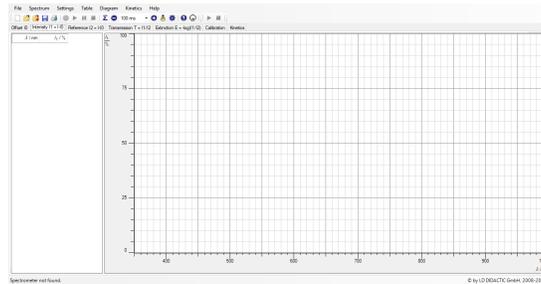


Figura 2. Pantalla de trabajo de SpectraLab.

En forma general, se explicará el funcionamiento de algunas de las pantallas con las cuales se trabajó en la práctica [3].

- **Offset** I_0 : Es una pantalla que muestra los espectros del medio (ruido) que serán eliminados del espectro que se desea estudiar de determinado material, a este espectro también se lo conoce como espectro de desfase.
- **Intensity** I_1 : Si se mide un offset I_0 , éste se restará del espectro actual y se presentará en esta pantalla como un espectro de intensidad I_1 .
- **Spectrometer Sensitivity** I_2 : Esta pantalla permite medir la sensibilidad del espectrometro. El resultado de esta medición sirve como referencia para los espectros de intensidad relativa I_3 .
- **Relative Intensity** $I_3 = I_1/I_2$: En esta pantalla se presenta el espectro actual, como un espectro que se ha dividido por una sensibilidad del espectrometro compacto previamente medida es decir I_2 .

Para visualizar las curvas de desplazamiento de Wien se utilizó la pantalla *relative intensity* $I_3 = I_1/I_2$.

Por otro lado, para el desarrollo del experimento se utilizará un conjunto de lámparas halógenas, la teoría predice que la radiación de las mismas reside en el rango espectral infrarrojo; además se sabe que dichas bombillas alcanzan una temperatura de incandescencia que está al rededor de los 3000 K. Si esto es así el experimento tiene como objetivo principal demostrar que la longitud de onda emitida tiene un valor que está dentro del intervalo comprendido entre los 960 y 970 nm.

2. Descripción del Montaje

El experimento se divide en dos fases; la primera fase consta de un montaje para corriente alterna, el cual se encontraba constituido por un circuito electrónico encargado de regular la potencia de una bombilla halógena, un regulador

de voltaje tipo comercial para atenuar picos de voltaje con el objetivo de tomar medidas con mayor precisión, un espectrómetro compacto, una fibra óptica, un soporte universal, un multímetro para registrar los diferentes voltajes suministrados a la bombilla y una laptop para obtener las mediciones con el espectrómetro. El circuito se encontraba alimentado de forma directa a un voltaje alterno de 110 V, Figura 3. La segunda fase del experimento fue trabajada

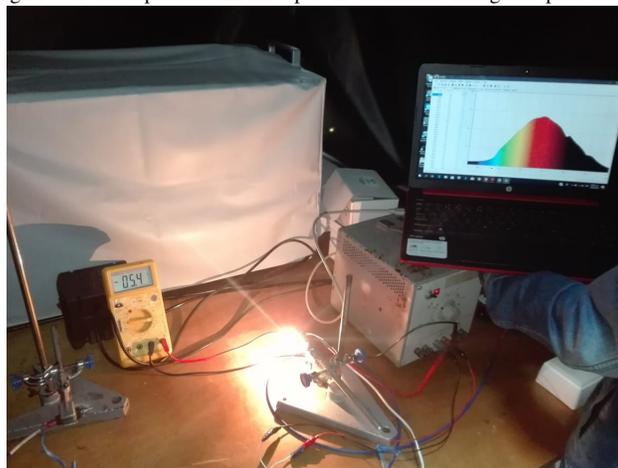
Figura 3. Materiales usados en el desarrollo de las dos fases experimentales.



con una fuente de corriente directa, un multímetro, y un par de bombillas halógenas de corriente directa con un valor potencia máxima de 20 y 50 watts, además de disponer del espectrómetro, la fibra óptica y la laptop para registrar las medidas, Figura 4.

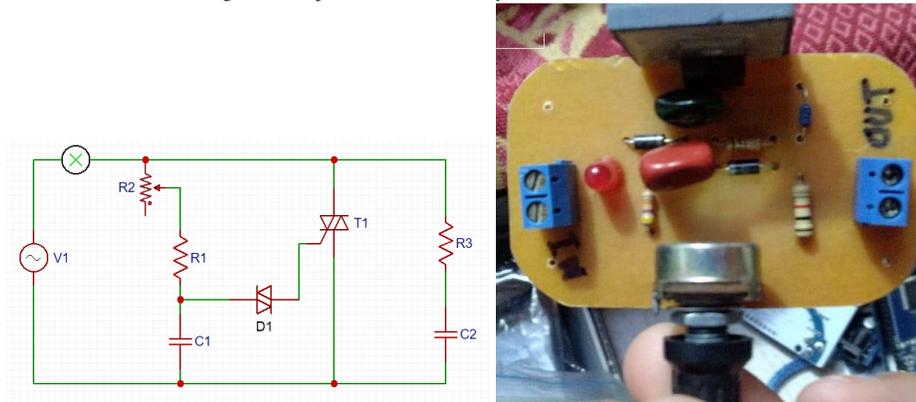
Durante la primera fase experimental se diseñó un circuito eléctrico denominado dimmer, con el objetivo de regular

Figura 4. Medición y registro de los espectros emitidos por las bombillas halógenas para corriente continua y alterna.



la potencia de la bombilla halógena. Esto garantiza un cambio en la temperatura. Un diagrama teórico del dimmer se presenta en la Figura 5.

Figura 5. Representación teórica y real del circuito dimmer.



3. Procedimiento Experimental



Figura 6: Montaje experimental usado en la primera fase.

Inicialmente se construyó el circuito dimmer usado en la primera fase experimental. Luego se ensambló todo el montaje como se muestra en la Figura ??.

Cabe resaltar que además se usó un regulador de voltaje alterno para reducir las caídas y los picos de voltaje debidos a los agentes externos presentes en las instalaciones del edificio de laboratorios. Posteriormente para realizar mediciones espectrales adecuadas se fijó una tensión inicial de 12 V, con el fin de determinar la sensibilidad del espectrómetro, así para esta tensión se registrará una visualización corregida de los espectros; finalmente, con base en la guía de *spectraLab* suministrada por *Ocean Optics* se realizaron las medidas pertinentes obedeciendo cada una de las instrucciones.

Paso siguiente se inició el registro de las medidas correspondientes a la segunda fase del experimento en la cual, nuevamente se fijó una tensión de 12 V para así calibrar la sensibilidad del espectrómetro, luego usando las instrucciones de la guía *SpectraLab* se obtuvieron las curvas para bombillas halógenas de corriente directa y alterna.

4. Resultados

Luego de analizar el espectro emitido por una lámpara halógena mediante corriente directa y corriente alterna, se recopilaron una serie de curvas asociada cada una a un voltaje diferente. A continuación se presentan las curvas de radiación, ver Figuras 7, 8, 9 y 10.

Observe que cada una de las curvas están asociadas a un valor de temperatura que depende implícitamente del voltaje.

Figura 7. Curvas de radiación a diferentes temperaturas, emitidas por una lampara halógena de uso domestico de máximo 70Ws, mediante AC.

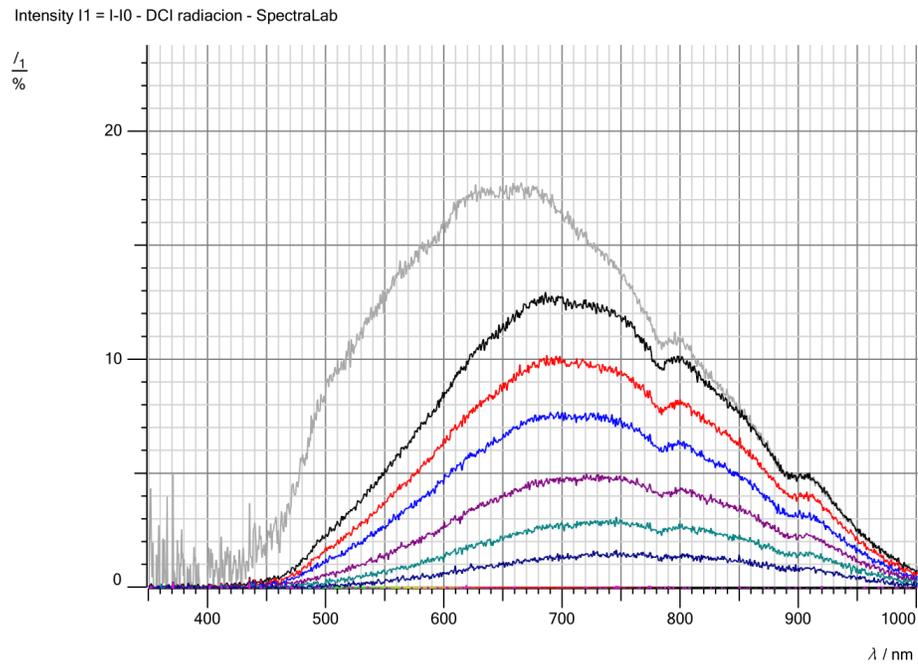


Figura 8. Curvas de radiación emitidas a diferentes temperaturas, por una lampara halógena tipo candelabro de máximo 10 W, mediante AC.

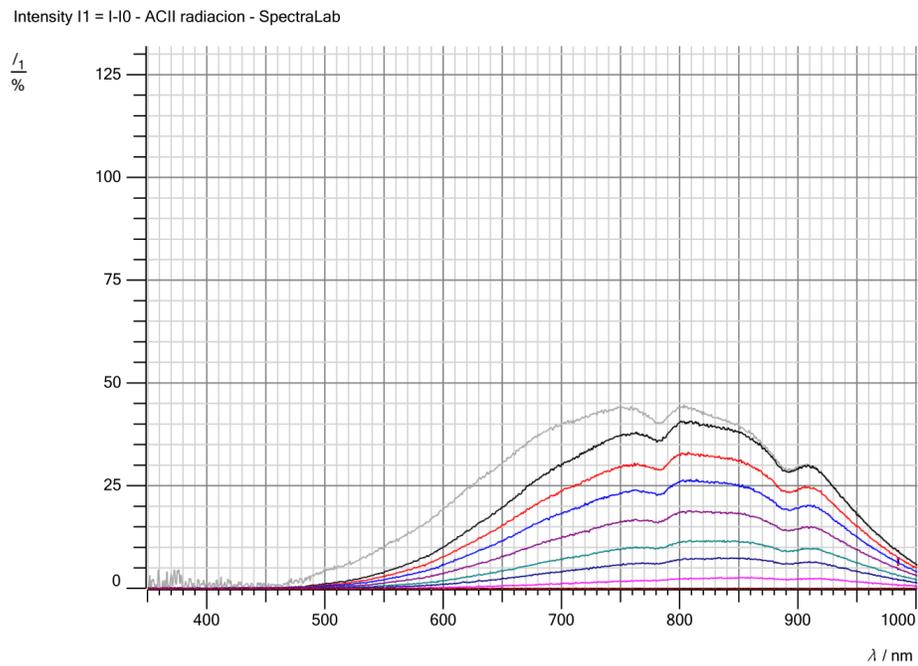


Figura 9. Curvas de radiación emitidas a diferentes temperaturas, por una lampara halógena de máximo 20W a DC.

Intensity I1 = I-I0 - ACI radiacion - SpectraLab

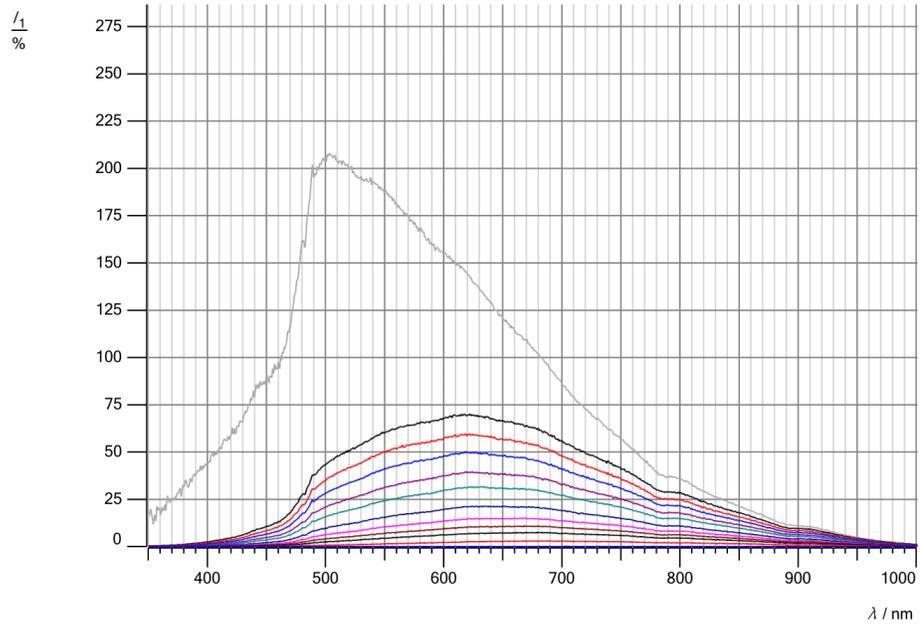
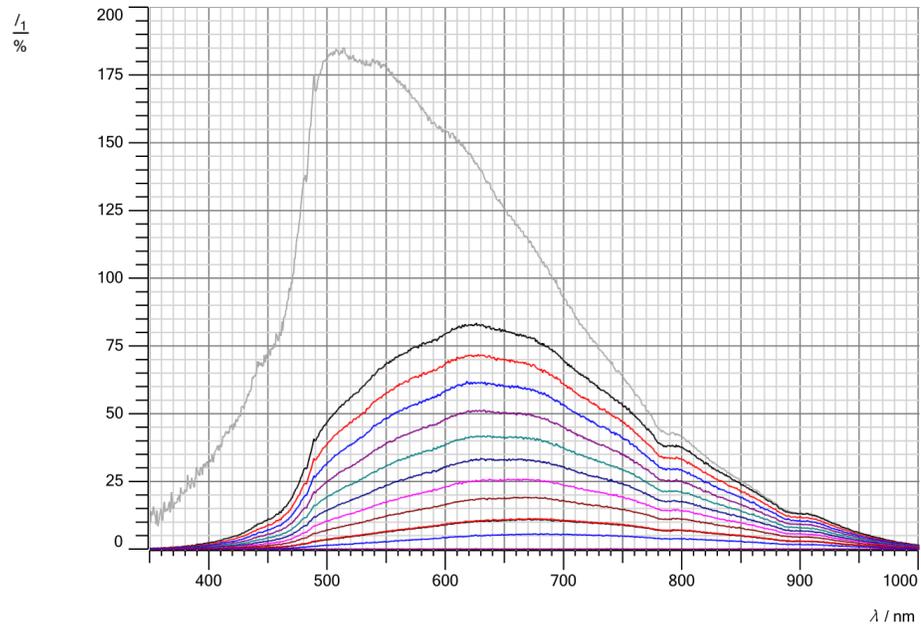


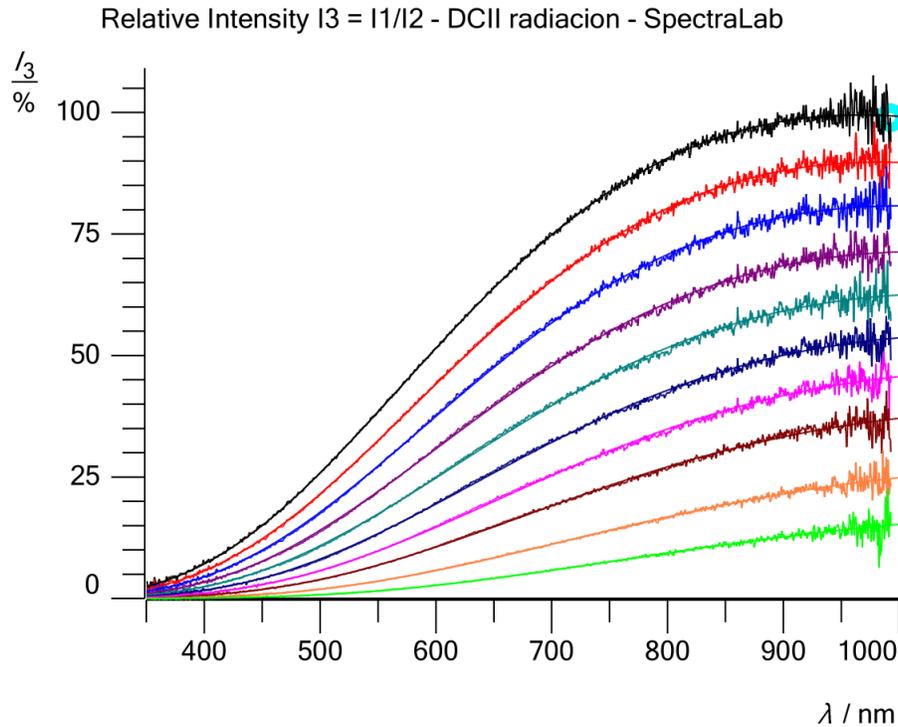
Figura 10. Curvas de radiación emitidas a diferentes temperaturas, por una lampara halógena de máximo 50W a DC.

Intensity I1 = I-I0 - DCII radiacion - SpectraLab



Al analizar de manera más detallada los espectros emitidos por una lampara halógena de potencia máxima de 50W alimentada con DC, tenemos algo característico de la ley de desplazamiento de Wien. Las curvas que mejor se ajustan a los datos experimentales se muestran en la figura 11

Figura 11. Datos experimentales del espectro de una lampara halógena de 50W ajustados a una curva de distribución de Planck.



Lo que más relevancia tiene es poder observar la función que se ajusta a cada una de las curvas. Dicho ajuste ya viene por defecto en el software *Spectral Lab* y es dado por:

$$y = \frac{A}{x^5} \frac{1}{\left(e^{\frac{14387751}{xB}} - 1\right)} \left(\frac{2897800}{B}\right)^5 \cdot (142,317) \quad (9)$$

De lo anterior se detalla que las curvas se ajustan una curva que obedece la ley de distribución de Planck en la cual están asociados a la *longitud de onda* y *porcentaje de intensidad*. Recordemos que los parámetros que determinan cada una de las curvas son la temperatura del filamento y el voltaje.

El parámetro A hace referencia al valor máximo de amplitud de la curva de radiación corregida, presentada en la pantalla de intensidad relativa I_3 . Este valor nos permite estimar los valores de longitud de onda máximo dado que está asociado con la intensidad. El valor de B representa la temperatura absoluta del filamento. A continuación mostramos los valores encontrados para las curvas emitidas identificadas por diferentes colores según la figura 11.

Color de la curva	A %	B (K)
Negro	99,510	2995,1
Rojo	89,796	2945,0
Azul oscuro	89,797	2893,6
Morado	71,423	2831,0
Esmeralda	62,803	2763,0
Azul marino	54,37	2691,4
Rosado	47,005	2602,2
Café	38,949	2521,6
Naranja	27,403	2388,7
Verde claro	18,175	2243,9

Tabla 1

Valores de los parámetros de cada una de las curvas del gráfico 11

Debido a que la pantalla de intensidad relativa, solo se evalúan los rangos cuya intensidad de la curva de medición es sensible al espectrómetro, solo podemos estimar el valor $\lambda_m T$ para las primeras 4 curvas, de este modo:

Color de la curva	λ_m (nm)	$\lambda_m T$ ($\times 10^{-3}$) (mK)
Negro	969,2	2,9028
Rojo	975,3	2,8722
Azul oscuro	983,3	2,8452
Morado	991,7	2,8007

Tabla 2

Valores experimentales determinados de las 4 primeras curvas del gráfico 11

5. Conclusiones

- Las curvas se comportan como la típica distribución que describe la emitancia de un cuerpo negro.
- Observamos un desplazamiento que corresponde satisfactoriamente al comportamiento predicho por la teoría, es decir a una mayor temperatura, el máximo de la curva de intensidad aumenta y se va desplazando a la izquierda. Esto es posible visualizarlo gracias a la pantalla de intensidad I_2 tal como se muestra en las imágenes 7, 8, 9 y 10.
- Podemos observar mediante el software *SpectraLab* que los valores de $\lambda_{max} T$ son muy adecuados pues según la tabla 2 los datos se aproximan a un valor constante que en promedio corresponde a $2,8552 \times 10^{-3}$ mK. Este valor difiere en un 2% del valor aceptado.
- Recomendamos recrear el experimento usando el procedimiento de la segunda fase experimental, debido al buen comportamiento de la distribución espectral, pues usando CA observamos una variación debido a la naturaleza de CA.

Bibliografía

- [1] Mark W. Zemansky and Richard H. Dittman. *Calor y termodinámica*. McGraw-Hill, sexta edición, (1984).
- [2] Raymond A. Serway *Física, tomo II*. McGraw-Hill, cuarta edición (1997).
- [3] <http://www.utm.mx/~labfis/Espectros.pdf>