

# Bosones escalares y la anomalía $g-2$

## Scalar bosons and $g-2$ anomaly

Cristian Cerón<sup>a\*</sup> Eduardo Rojas<sup>a\*\*</sup>.

<sup>a</sup>Universidad de Nariño.

Aceptado xxxx; Publicado en línea xxxx.

ISSN 2256-3830.

---

### Resumen

El momento magnético del muón, se desvía en más de  $3\sigma$  (tres desviaciones estándar) de la predicción del modelo estándar de partículas y por tanto es posible que esta anomalía sea una consecuencia de física más allá del modelo estándar. En este artículo calculamos correcciones radiativas de un campo escalar exótico al momento magnético anómalo de un leptón arbitrario. Este resultado lo usamos para calcular las regiones permitidas en el espacio de parámetros a un  $1\sigma$  respecto al resultado experimental.

**Palabras Claves:** momento magnético anómalo del muón,  $g-2$ , bosones escalares, campo escalar exótico.

### Abstract

The magnetic moment of the muon deviates by more than  $3\sigma$  (three standard deviations) from the prediction of the standard model of particles and therefore it is possible that this anomaly is a consequence of physics beyond the standard model. In this paper we calculate radiative corrections of an exotic scalar field to the anomalous magnetic moment of an arbitrary lepton. We use this result to calculate the regions allowed in the parameter space at  $1\sigma$  with respect to the experimental result.

**Keywords:** anomalous muon magnetic moment,  $g-2$ , scalar bosons, exotic scalar field.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

El momento magnético anómalo del muón, se ha medido con una precisión sorprendente, y es actualmente una de las inconsistencias que más se han estudiado entre los datos y las predicciones del Modelo Estándar (ME) en toda la física de partículas. Con los datos actuales, la discrepancia está a un nivel de  $3,6\sigma$  [8], y se están realizando esfuerzos en los frentes experimental [3] y teórico [6,7,5,14,16,19,20] para mejorar la precisión tanto del valor medido como de la predicción del ME y sus extensiones. Esta desviación respecto del valor esperado por el ME se ha utilizado como motivación para el desarrollo de muchos modelos de nueva física [2,9,17,10,1,11,15,12,4]

Desde el punto de vista teórico la pregunta es: ¿cuál es la extensión mínima electrodébil del ME con un contenido mínimo de fermiones? Es por sí misma interesante, y como propuesta la extensión mínima en este trabajo será

---

\* cristian.cam26368@gmail.com

\*\*eduro4000@gmail.com

aumentar un campo escalar neutro  $\phi$ , teniendo en cuenta el modelo propuesto en el artículo [18] que sugiere el Lagrangiano de interacción.

## 2. METODOLOGÍA

En el modelo estándar el campo de Higgs no es suficiente para explicar la anomalía experimental en g-2. Sin embargo, si introducimos un nuevo campo escalar neutro, escogiendo apropiadamente los acoplamientos y la masa es posible ajustar los datos observados. En esta sección calcularemos la contribución al momento magnético anómalo por un campo escalar neutro, sin carga débil y sin carga de color.

### 2.1. Corrección a g-2 por un campo escalar

Si antes de la interacción del muón con el campo magnético, este emite una partícula escalar neutra y la reabsorbe más adelante, como se indica en la figura, entonces la contribución del campo escalar en lugar de la del fotón como se vio en el anterior capítulo afectará el valor de la amplitud total.

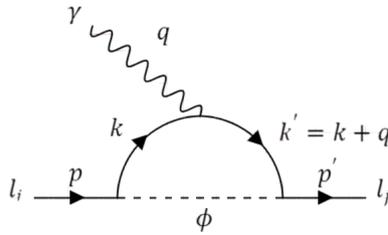


Figura 1. Diagrama de Feynman que representa la amplitud del proceso  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  en presencia del campo escalar neutro.

Para este caso el campo escalar va a contribuir con el siguiente propagador:

$$\frac{i}{(p-k)^2 - m_\phi^2} = \frac{i}{q'^2 - m_\phi^2}, \quad (1)$$

donde  $m_\phi$  es la masa de la partícula escalar neutra con la que se trabaja. Ahora, dado que el Lagrangiano de interacción para este modelo tiene la forma:

$$\mathcal{L}_{int} = g_{s1}^{ij} \phi \bar{l}_i l_j + i g_{p1}^{ij} \phi \bar{l}_i \gamma^5 l_j, \quad (2)$$

entonces el vértice de interacción en el diagrama de Feynman que representa la amplitud se puede inferir de allí:

$$g_{s1}^{ij} \phi \bar{l}_i l_j + i g_{p1}^{ij} \phi \bar{l}_i \gamma^5 l_j = \phi \bar{l}_i (g_{s1}^{ij} + i g_{p1}^{ij} \gamma^5) l_j, \quad (3)$$

y en consecuencia con esto se procede a construir la integral de la función de vértice  $\Gamma_{p'_j, p_i}^\mu$  que se ve a continuación:

$$\begin{aligned} -ie \bar{u}_{p'_j} \delta \Gamma_{p'_j, p_i}^\mu u_{p_i} &= \int \bar{u}_{p'_j} i (g_{s1}^{jf} + i g_{p1}^{jf} \gamma^5) \frac{i(k' + m_f)}{k'^2 - m_f^2 + i\epsilon} (-ie \gamma^\mu) \frac{i(k + m_f)}{k^2 - m_f^2 + i\epsilon} i (g_{s1}^{fi} + i g_{p1}^{fi} \gamma^5) \\ &u_{p_i} \frac{i}{q'^2 - m_\phi^2} (2\pi)^4 \delta^4(p - k - q') (2\pi)^4 \delta^4(k + q - k') (2\pi)^4 \\ &\delta^4(q' + k' - p') \frac{1}{(2\pi)^4 \delta^4(q + p - p')} \frac{d^4 q'}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k'}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}. \end{aligned} \quad (4)$$

Una vez se calculan los  $\delta$  se obtiene esta expresión que depende solo del momento  $k$ :

$$\bar{u}_{p'_j} \delta \Gamma_{p'_j, p_i}^\mu u_{p_i} = i \int \bar{u}_{p'_j} (g_{s1}^{jf} + i g_{p1}^{jf} \gamma^5) \frac{(\not{k}' + m_f)}{(k+q)^2 - m_f^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + m_f)}{k^2 - m_f^2 + i\epsilon} (g_{s1}^{fi} + i g_{p1}^{fi} \gamma^5) u_{p_i} \frac{1}{(p-k)^2 - m_\phi^2} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}, \quad (5)$$

siendo en este punto necesario recomodar el denominador y el numerador, el primero haciendo uso de los parámetros de Feynman y el segundo usando el álgebra de Dirac. Dado que en el caso de la ecuación anterior se puede reorganizar como en los parámetros de Feynman del lado derecho como un polinomio de grado 3 en el denominador, entonces la identidad generalizada de los parámetros de Feynman se reduce a:

$$\frac{1}{ABC} = 2 \int_0^1 \delta(x+y+z-1) \frac{dx dy dz}{(xA+yB+zC)^3}. \quad (6)$$

Donde se define al denominador como:

$$D = xA + yB + zC, \quad (7)$$

y teniendo en cuenta los momentos externos e internos del diagrama 1 que representa y usando al álgebra de las matrices de Dirac se llega a la forma donde en el denominador se deja de depender del momento  $k$  y se recomoda con el momento  $l$ :

$$D = l^2 - (zq - xp)^2 - (y+z)m_f^2 - xm_\phi^2 + xp^2 + zq^2 + i\epsilon, \quad (8)$$

siendo necesario definir el momento que se va a llamar  $l$  y que se va a convertir en el nuevo momento de integración:

$$l = k + zq - xp, \quad (9)$$

y también deben reducirse las cantidades que tienen entre sus factores a los momentos  $q$ ,  $p$  y  $p'$ , lo que resulte se llamará  $\Delta$ , que es:

A este resultado multiplicado por un signo negativo se lo define como  $\Delta$ :

$$\Delta = -yzq^2 - xym_i^2 - xzm_j^2 + xm_\phi^2 + (1-x)m_f^2, \quad (10)$$

a partir de la cual se da la forma final a  $D$ , que es:

$$D = l^2 - \Delta + i\epsilon, \quad (11)$$

teniendo en cuenta que para un proceso de dispersión  $q^2 < 0$ , y por lo tanto  $\Delta$  es positivo y es el término efectivo de masa. De otro lado, el numerador por ahora depende de los momentos  $k$  y  $k'$  que contienen implícitamente a los momentos que los interesan y que son  $p$ ,  $p'$  y  $q$ ; para esto es necesario comenzar por organizar los términos que lo componen teniendo en cuenta las constantes de acoplamiento y sus simetrías bajo el cambio de índices:

$$N = (g_{s1}^{jf} + i g_{p1}^{jf} \gamma^5)(\not{k}' + m_f) \gamma^\mu (\not{k} + m_f) (g_{s1}^{fi} + i g_{p1}^{fi} \gamma^5). \quad (12)$$

Después de reorganizar se puede demostrar que:

$$N_f = \not{k}' \gamma^\mu \not{k} \pm m_f (\not{k}' \gamma^\mu + \gamma^\mu \not{k}) + m_f^2 \gamma^\mu, \quad (13)$$

y se debe organizar de tal manera que solo quede en términos de los momentos  $p$ ,  $p'$ , y  $l$ , y también que deje de depender del momento  $k$ . Para simplificar los cálculos es necesario tener en cuenta que todos los términos que llevan como factor a la matriz  $\gamma^\mu$  se van a ignorar, pues de la combinación lineal en la que se puede expresar a  $\Gamma^\mu$  se escoge, como condición de renormalización, el factor de forma  $F_1(q^2) = 1$ , que es el correspondiente a la carga eléctrica. La parte que nos interesa es  $F_2(0)$ , que es la correspondiente al momento magnético anómalo y es la de interés para este cálculo. Por lo tanto se va a volver a definir el numerador una vez más:

$$N_f = \not{k}' \gamma^\mu \not{k} \pm m_f (\not{k}' \gamma^\mu + \gamma^\mu \not{k}). \quad (14)$$

Llegando, después de usar el álgebra de Dirac y la relación entre los momentos externos correspondientes al diagrama hasta:

$$N_f = (-x(y m_i + z m_j) - (\pm)(1-x)m_f)(p'^{\mu} + p^{\mu}). \quad (15)$$

Para poder comparar con la identidad de Gordon es necesario recordar que el aporte de  $\gamma^{\mu}$  no es de interés en este cálculo. Y para simplificar se define:

$$A_{\pm} = 2m_i[x(y m_i + z m_j) + (\pm)(1-x)m_f], \quad (16)$$

Con el denominador y el numerador calculados se puede expresar a  $\bar{u}_{p'} \Gamma^{\mu}_{p', p_i} u_{p_i}$  de una forma más adecuada, y después de organizarla es posible comparar su nueva forma con:

$$\bar{u}_{p'} \Gamma^{\mu}(p', p) u_p = \bar{u}_{p'} \gamma^{\mu} F_1(q^2) u_p + \bar{u}_{p'} \frac{i \sigma^{\mu\nu} q_{\nu}}{2m} F_2(q^2) u_p. \quad (17)$$

Entonces se obtiene que la cantidad  $F_2(q^2)$  que es proporcional a la anomalía:

$$F_2(q^2) = 2i \int_0^1 A_{\pm} \delta(x+y+z-1) dx dy dz \int \frac{1}{D^3} \frac{d^4 l}{(2\pi)^4}. \quad (18)$$

y sobre la cual debe aplicarse la rotación de Wick para obtener una expresión convergente, al tipo de divergencia que ocurriría si no se hubiera añadido la prescripción de Feynman  $i\epsilon$  al principio de los cálculos se le llama divergencia infraroja porque los momentos tienden a cero:

$$F_2(q^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{A_{\pm}}{\Delta} \delta(x+y+z-1) dx dy dz. \quad (19)$$

El siguiente paso es hacer  $F_2(q^2) = F_2(0)$ , y sacar la masa del leptón entrante  $m_i$  de modo que el numerador y denominador explícitos se vean así:

$$F_2(0) = \frac{m_i^2}{8\pi^2} \int_0^1 \delta(x+y+z-1) dx dy dz \frac{x(y+z\frac{m_j}{m_i}) + (\pm)(1-x)\frac{m_f}{m_i}}{-xym_i^2 - xzm_j^2 + xm_{\phi}^2 + (1-x)m_f^2}. \quad (20)$$

De modo que el paso a seguir es la solución de la integral, para ello es menester aplicar condiciones para poder facilitar la solución. Se prefiere comenzar con el caso donde  $m_j/m_i \ll 1$ , de ahí que  $m_j \ll m_i$ , y también se definen las cantidades  $\epsilon_f = m_f/m_i$ ,  $\lambda = m_i/m_{\phi}$  y  $\epsilon_f \lambda = m_f/m_{\phi}$ , además de tener en cuenta que  $z = (1-x)y$  y que la integral resultante es invariante bajo en intercambio  $x \rightarrow 1-x$ . La escogencia permite llegar a:

$$I_{\pm} = \frac{1}{m_{\phi}^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy x^2 \frac{(1-x)y + (\pm)\epsilon_f}{(1-x)(1-xy\lambda^2) + x\epsilon_f^2\lambda^2}. \quad (21)$$

Si se sustituye esto en  $F_2(0)$ , se tiene que:

$$F_2(0) = \frac{m_i^2}{8\pi^2 m_{\phi}^2} \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{x^2((1-x)y + (\pm)\epsilon_f) dy}{(1-x)(1-xy\lambda^2) + x\epsilon_f^2\lambda^2}. \quad (22)$$

Ahora se va a relacionar esta cantidad con el momento magnético anómalo del leptón de preferencia, pues hay que observar que el cálculo se ha llevado a cabo con toda la generalidad dentro del caso en que la partícula emitida por el leptón sea escalar neutra. Para ello es necesario recordar que:

$$g = 2 + 2F_2(0), \quad (23)$$

y, por lo tanto:

$$\frac{1}{2}(g-2) \equiv a_i(\phi) = \frac{m_i^2}{8\pi^2 m_{\phi}^2} \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{x^2((1-x)y + (\pm)\epsilon_f) dy}{(1-x)(1-xy\lambda^2) + x\epsilon_f^2\lambda^2}. \quad (24)$$

que se interpreta como el aporte del campo escalar neutro exótico a la anomalía del momento magnético.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Este cálculo es, en general, para cualquier leptón cargado que se escoja, incluso dándose el caso de violación de sabor leptónico. Además la expresión 20 se puede comparar con el resultado obtenido por el artículo de referencia [18] verificando así la validez del mismo. Ahora, en particular y para el caso del muón, se puede hacer  $i = \mu$ , dejando indicado como contribuye el campo escalar neutro y exótico al momento magnético anómalo del muón de la forma:

$$\frac{1}{2}(g - 2) \equiv a_\mu(\phi) = \frac{m_\mu^2}{8\pi^2 m_\phi^2} \int_0^1 dx x^2 \int_0^1 dy \frac{(1-x)y + (\pm)\epsilon_f}{(1-x)(1-xy\lambda^2) + x\epsilon_f^2\lambda^2}, \quad (25)$$

donde la contribución se deja expresada en términos de dos variables y la razón de las masas, dado que la solución requiere de un análisis computacional y otros métodos numéricos que no son el objetivo de este escrito, pero que podrían desarrollarse en otro trabajo. Lo que sigue es, manteniendo la generalidad, calcular la integral para determinar el valor numérico del aporte de cada uno de los leptones cargados e incluso dándose la violación de sabor leptónico la anomalía podría seguir calculándose. Sin embargo, aunque no se ha encontrado la solución exacta de la integral, pues requiere métodos que no están dentro de los objetivos del artículo, este hecho no permite que no se pueda realizar el análisis de una interacción donde se cumpla con la condición impuesta  $m_j/m_i \ll 1$ , de ahí que si  $m_j \ll m_i$ :

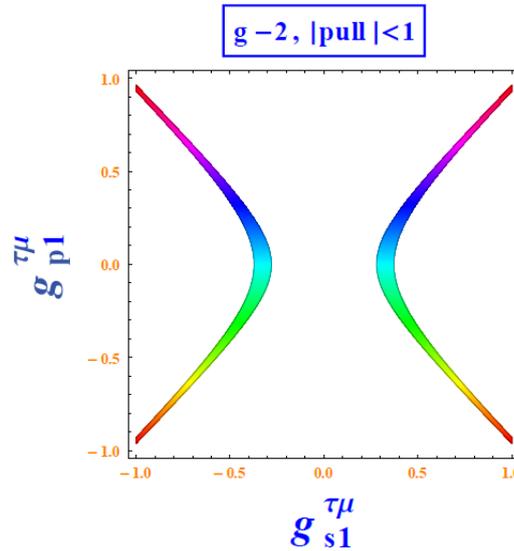


Figura 2. Región permitida a nivel de un  $\sigma$ , i.e., la región del espacio de parámetros que satisface  $\text{pull}^2 = \left( \frac{\mathcal{O}^{\text{exp}} - \mathcal{O}^{\text{te}}}{\sigma^{\text{total}}} \right)^2 < 1$ , donde  $\sigma^{\text{total}}$  es la suma en cuadratura del error experimental y el error teórico. Para el cálculo hicimos  $m_f = 1.77699$  GeV, que corresponde a la masa del  $\tau$  y  $m_\phi = 105$  GeV. De la gráfica podemos ver que el punto (0,0), que corresponde al modelo estándar, no está en la región permitida de la gráfica.

### 4. CONCLUSIONES

Se calculó la contribución a un loop al momento magnético anómalo del muón  $g - 2$ , usando un campo escalar neutro exótico. En el modelo estándar la contribución dominante se debe al campo electromagnético y también hay contribuciones de campos escalares. En el sector hadrónico los mesones pueden generar correcciones y en el sector electrodébil el bosón de Higgs; sin embargo esta última corrección es muy pequeña y no es suficiente para explicar las diferencias con el experimento. Respecto a las correcciones hadrónicas hay gran debate en la literatura y hasta el momento la postura oficial es que no son suficientes para explicar la anomalía experimental. Nuestros resultados analíticos coinciden con las expresiones reportadas en la literatura [18,13]. Con estas expresiones hicimos un análisis de  $\chi^2$  para determinar la región del espacio de parámetros que logra explicar la diferencia entre el experimento y lo que predice el modelo estándar con un nivel de confianza de un sigma.

## Referencias

- [1] Prateek Agrawal, Zackaria Chacko, and Christopher B. Verhaaren. Leptophilic Dark Matter and the Anomalous Magnetic Moment of the Muon. *JHEP*, 08:147, 2014.
- [2] M. Adeel Ajaib, Iliia Gogoladze, Qaisar Shafi, and Cem Salih Ün. Split sfermion families, Yukawa unification and muon  $g - 2$ . *JHEP*, 05:079, 2014.
- [3] Usama Al-Binni et al. Project X: Physics Opportunities. 6 2013.
- [4] Richard L. Arnowitt, Bhaskar Dutta, and B. Hu. Dark matter, muon  $g-2$  and other SUSY constraints. In *4th International Conference on Physics Beyond the Standard Model: Beyond the Desert (BEYOND 03)*, pages 25–41, 10 2003.
- [5] Christopher Aubin, Thomas Blum, Maarten Golterman, Kim Maltman, and Santiago Peris. The muon anomalous magnetic moment, a view from the lattice. *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.*, 35:1460418, 2014.
- [6] Christopher Aubin, Thomas Blum, Maarten Golterman, and Santiago Peris. Model-independent parametrization of the hadronic vacuum polarization and  $g-2$  for the muon on the lattice. *Phys. Rev. D*, 86:054509, 2012.
- [7] Christopher Aubin, Thomas Blum, Maarten Golterman, and Santiago Peris. Hadronic vacuum polarization with twisted boundary conditions. *Phys. Rev. D*, 88(7):074505, 2013.
- [8] J. Beringer et al. Review of Particle Physics (RPP). *Phys. Rev. D*, 86:010001, 2012.
- [9] Hooman Davoudiasl, Hye-Sung Lee, and William J. Marciano. Muon  $g-2$ , rare kaon decays, and parity violation from dark bosons. *Phys. Rev. D*, 89(9):095006, 2014.
- [10] C. A. de S. Pires and P. S. Rodrigues da Silva. Scalar scenarios contributing to  $(g-2)(\mu)$  with enhanced Yukawa couplings. *Phys. Rev. D*, 64:117701, 2001.
- [11] Motoi Endo, Koichi Hamaguchi, Teppei Kitahara, and Takahiro Yoshinaga. Probing Bino contribution to muon  $g - 2$ . *JHEP*, 11:013, 2013.
- [12] Lisa L. Everett, Gordon L. Kane, Stefano Rigolin, and Lian-Tao Wang. Implications of muon  $g-2$  for supersymmetry and for discovering superpartners directly. *Phys. Rev. Lett.*, 86:3484–3487, 2001.
- [13] Ayres Freitas, Joseph Lykken, Stefan Kell, and Susanne Westhoff. Testing the Muon  $g-2$  Anomaly at the LHC. *JHEP*, 05:145, 2014. [Erratum: *JHEP* 09, 155 (2014)].
- [14] Maarten Golterman, Kim Maltman, and Santiago Peris. Tests of hadronic vacuum polarization fits for the muon anomalous magnetic moment. *PoS, LATTICE2013:300*, 2014.
- [15] Masahiro Ibe, Shigeki Matsumoto, Tsutomu T. Yanagida, and Norimi Yokozaki. Heavy Squarks and Light Sleptons in Gauge Mediation “From the viewpoint of 125 GeV Higgs Boson and Muon  $g-2$ ”. *JHEP*, 03:078, 2013.
- [16] Fred Jegerlehner. Application of Chiral Resonance Lagrangian Theories to the Muon  $g - 2$ . *Acta Phys. Polon. B*, 44(11):2257–2266, 2013.
- [17] Chris Kelso, P. R. D. Pinheiro, Farinaldo S. Queiroz, and William Shepherd. The Muon Anomalous Magnetic Moment in the Reduced Minimal 3-3-1 Model. *Eur. Phys. J. C*, 74:2808, 2014.
- [18] Manfred Lindner, Moritz Platscher, and Farinaldo S. Queiroz. A Call for New Physics : The Muon Anomalous Magnetic Moment and Lepton Flavor Violation. *Phys. Rept.*, 731:1–82, 2018.
- [19] Andreas Nyffeler. Status of hadronic light-by-light scattering in the muon  $g - 2$ . *Nuovo Cim. C*, 037(02):173–178, 2014.
- [20] Matthias Steinhauser. Towards analytic  $(g - 2)_\mu$  at four loops. *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.*, 35:1460417, 2014.