

MARMOLEJO e INSUASTY. 2018. Una propuesta de enseñanza para el estudio de la relación perímetro-área. Revista Sigma, 14 (1). Pág. 13-30. <http://coes.udenar.edu.co/revistasigma/articulosXIV/1.pdf>

## REVISTA SIGMA

Departamento de Matemáticas

*Universidad de Nariño*

*Volumen XIV* N°1 (2018), páginas 13–30

# Una propuesta de enseñanza para el estudio de la relación perímetro-área<sup>1</sup>

Gustavo Adolfo Marmolejo <sup>2</sup>

Edwin Insuasty<sup>3</sup>



<sup>1</sup> Este trabajo es un producto del proyecto Formación y actualización pedagógica y didáctica en el área de matemáticas de maestros de educación básica secundaria y media de instituciones educativas de municipios no certificados del departamento de Nariño. Proyecto financiado y coordinado por la Fundación Save the Children (Colombia), la Secretaría de Educación Departamental (Nariño) y el Departamento de Matemáticas y Estadística (Universidad de Nariño).

<sup>2</sup>Profesor del DPTO de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño. Gustavo.marmolejo.mat@gmail.com

<sup>3</sup>Profesor del DPTO de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño. edwinsuasty@gmail.com

**Abstract.**

The proposed teaching is the work done by four teachers from the non-certified municipalities of the Department of Nariño, a student of the Bachelor of Mathematics (University of Nariño) and an educator of the Department of Mathematics (University of Nariño). The differentiation between the area and perimeter magnitudes is the mathematical object considered. The design of the proposal responds to an eleven-month process. The process considered six stages: review (official documents, math books, textbooks, Saber tests and research articles), planning (moments to be considered and number of tasks to be contemplated), monitoring (writing of the slogans of the tasks and design of the figures that accompany them, explanation and analysis of the expected procedures, piloting, internal and external evaluation of the pilot, discrimination of opportunities for improvement and redesign), application and evaluation (internal and external evaluation, characterization of the potentialities and limitations of the design, and its application).

*Keywords.* Design, Relationship perimeter-area, Magnitudes.

**Resumen:** La secuencia de enseñanza expuesta es el trabajo realizado por cuatro profesores de los municipios no certificados del Departamento de Nariño, un estudiante de la Licenciatura en matemáticas (Universidad de Nariño)<sup>4</sup> y un educador del Departamento de Matemáticas (Universidad de Nariño). La diferenciación entre las magnitudes área y perímetro es el objeto matemático considerado. El diseño de la secuencia responde a un proceso de once meses. El procesos consideró seis etapas: revisión (documentos oficiales, libros de matemática, libros de texto, pruebas Saber y artículos de investigación), planificación (momentos a considerar y número de tareas a contemplar), monitoreo (escritura de las consignas de las tareas y diseño de las figuras que les acompañan, explicitación y análisis de los procedimientos esperados, pilotaje, evaluación interna y externa del pilotaje, discriminación de oportunidades de mejora y rediseño), aplicación y evaluación (evaluación interna y externa, caracterización de las potencialidades y limitaciones del diseño, y de su aplicación).

*Palabras Clave.* Diseño, Relación perímetro-área, Magnitudes.

---

## 1. Introducción

Uno de los sistemas matemáticos donde es más crítico el bajo nivel de logro de los estudiantes colombianos es el de la medida [8]. Este resultado, se relacionan con prácticas de enseñanza que no incluyen la construcción de la magnitud [13] y la articulación entre distintos tipos de magnitud [15]. Que promueven reflexiones que sobreponen lo numérico a lo cualitativo y que inducen procedimientos que obstaculizan la comprensión de la medida [13].

---

<sup>4</sup>

Grupo diseñador		
Profesor (a)	Formación	Institución
Alba Lucely Zambrano	Tecnóloga en Educación Pre-escolar.	I.E. La Estancia (San Pedro de Cartago).
Benjamín Chuquizaín	Licenciado en Educación Básica. Énfasis en Lengua Castellana-Inglés.	C.E.Chiles (Cumbal).
Flor Alba Díaz	Licenciada en Primaria.	C.E.Sagrado Corazón de Jesús - Tablón (Leiva).
Yazmín Arboleda Piedrahita	Licenciada en Educación Pre-escolar y Básica Primaria - Inglés.	I.E. San Antonio de Padua - San Antonio (Buesaco).
Oscar Francisco Muñoz	Licenciado en Matemáticas	Universidad de Nariño (San Juan de Pasto)
Gustavo Adolfo Marmolejo	Doctor en educación Matemática.	Universidad de Nariño (San Juan de Pasto)

Lo anterior evidencia la necesidad y urgencia de una reflexión constante que suscite la validación de Propuestas de enseñanza innovadoras que aporten elementos para transformar el estudio de la medida en las instituciones educativas colombianas. En este sentido, el propósito de este artículo es presentar una Propuesta de enseñanza que, desde un acercamiento cualitativo, suscite la construcción de las magnitudes área y perímetro promoviendo el estudio de algunas de sus relaciones.

Se consideró articuladamente el estudio de las magnitudes área y perímetro pues la mayoría de los estudiantes no las diferencian [4] y desconocen sus relaciones [2]; además, los libros de texto promueven pocas oportunidades para su estudio simultáneo [3] centrando su atención en cuestiones aritméticas [7], asimismo, porque la variabilidad del perímetro de figuras equivalentes sin recurrir a unidades de medida promueven su diferenciación [5] y genera oportunidades para el estudio de conexiones matemáticas [16].

En el diseño y validación de la Propuesta se incluyeron como elementos de reflexión los Procesos generales y pensamientos matemáticos [13], las competencias matemáticas [6], los estándares de calidad [14], los conceptos matemáticos de magnitud y medida [1], la zona de desarrollo próximo [17], los elementos constitutivos de la visualización [12, 7] y de control visual [11] y el diseño de secuencias de enseñanza [10]. Referentes conceptuales que permitieron, por un lado, comprender y adaptar los lineamientos que en los documentos oficiales se sugieren para la enseñanza de las matemáticas en Colombia, y, por otro lado, experimentar acciones y decisiones metodológicas a través del diseño de secuencias de enseñanza así como de su implementación y evaluación.

La aplicación de la secuencia promovió el desarrollo de competencias asociadas a los pensamientos espacial y métrico, también, la reflexión sobre algunas de las propiedades matemáticas que caracterizan a las magnitudes así como la diferenciación área-perímetro y el establecimiento de sus posibles relaciones. En un sentido distinto mantuvo activos e interesados a los estudiantes, generando altos niveles de autonomía en el desarrollo de conocimiento propio y permitió la articulación del trabajo individual con el grupal. acciones que posibilitaron la negociación y transformación de conocimiento y su respectiva sistematización. Todo lo anterior, en un ambiente de experimentación, discusión y respeto por las posiciones ajenas.

En lo que sigue se plantean los objetivos matemáticos, pensamientos y sistemas (tipos y estándares) así como elementos matemáticos que promueve la aplicación de la secuencia validada (Planeación Global). Posteriormente, se describe la secuencia de enseñanza según los momentos que le conforman y se referencia algunas cuestiones a considerar en su aplicación (Planeación Local). Para terminar, se presentan consideraciones para futuras réplicas de la secuencia diseñada (Sugerencias a futuras replicas).

## 2. Planeación global

La secuencia de enseñanza introduce por primera vez a los estudiantes de grado tercero de primaria al estudio del área, el perímetro y sus posibles relaciones desde una perspectiva de construcción de magnitudes. En el proceso se pretende articular dos tipos de pensamiento (espacial y métrico) y los sistemas matemáticos asociados. También, el desarrollo de competencias matemáticas básicas relacionadas con el planteamiento y resolución de problemas, la comunicación y representación, y el razonamiento y la argumentación.

La aplicación de la secuencia considera un mínimo de 8 clases (de 45 minutos cada una) y el uso de materiales como hojas de papel, colores (verde y rojo), trozos de papel periódico,

una copia del tangram por cada grupo de trabajo, cuadrado representado en hojas de papel para ser recubierto por las partes del tangram, copias de las figuras representadas en las imágenes 4.1, 4.2, 4.3 y 5.1, copia de la **Tabla 4.1**, cintas para comparar longitudes de contorno y cinta de enmascarar (**Imagen 3.1**).

Para promover la construcción de conocimiento así como su transformación, negociación e institucionalización, se privilegian cinco clases de interacción social en el aula:

- **P-Es:** la docente se dirige al grueso de estudiantes para indicar consignas, sugerencias y aspectos generales a considerar en el desarrollo de las tareas propuestas. Asimismo para retomar elementos de reflexión, socializar conclusiones, dificultades y procesos explicitados. También, para institucionalizar el saber matemático movilizado y para solicitar su registro en los cuadernos.
- **P-E1:** La profesora interactúa con cada uno de los estudiantes para identificar debilidades y potencialidades del proceso llevado a cabo y observar que las indicaciones planteadas son seguidas de forma adecuada.
- **P-E2:** La profesora selecciona al azar un estudiante para que presente los procedimientos, dificultades, posibilidades y conclusiones por él (o por su grupo de trabajo) desarrolladas o encontradas. Igualmente, para solicitar su punto de vista a intervenciones previamente realizadas.
- **P-Tríos:** La profesora interactúa con cada grupo de trabajo (tríos) para conocer el proceso de resolución de las tareas planteadas o su estado de desarrollo, identificar sus debilidades y potencialidades y asegurarse que el trabajo se realiza grupalmente. También, para ver si las indicaciones planteadas son seguidas al pie de la letra e identificar aspectos para promover una futura discusión grupal sobre las cuestiones tratadas.
- **Tríos:** los estudiantes se organizan en grupos de tres para resolver las tareas o actividades planteadas o para contrastar los procedimientos realizados y las conclusiones alcanzadas.
- **E1-P:** un estudiante solicita a la educadora, la resolución de inquietudes particulares, que analice la veracidad, coherencia o pertinencia del proceso realizado o la conclusión alcanzada.
- **E:** Cada estudiante registra en su cuaderno los procedimientos, reflexiones y conclusiones realizados individualmente, en grupos de trabajo o, posteriormente, al desarrollo de una puesta en común.

En las **Tabla 1** y **2** se detallan las cuestiones alusivas a los sistemas de medidas y geométrico así como de los pensamientos métrico y espacial que se movilizan al aplicar la secuencia de enseñanza. También, se reseñan los estándares de calidad y las competencias matemáticas a desarrollar.

Sistemas Matemáticos	De medidas y Geométrico	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Superficie, cantidad de superficie y relaciones de orden y equivalencia.</li> <li>■ Contorno, longitud de contorno y relaciones de orden y equivalencia.</li> <li>■ Relaciones entre el área y el perímetro.</li> </ul>
	Métrico	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Construcción de los conceptos de cada magnitud.</li> <li>■ Comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.</li> </ul>
	Espacial	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Transformaciones figurales.</li> <li>■ Cambios dimensionales en las figuras.</li> <li>■ Designación de figuras, operaciones y transformaciones figurales.</li> <li>■ Comparación entre las características básicas de magnitudes de naturaleza distinta.</li> </ul>
<b>Estándares de calidad</b>	Métrico	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.</li> <li>■ Identifico y justifico relaciones de congruencia entre figuras.</li> <li>■ Realizo construcciones y diseños utilizando figuras geométricas bidimensionales.</li> <li>■ Construyo y descompongo figuras a partir de condiciones dadas.</li> <li>■ Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.</li> <li>■ Planteo problemas cuya resolución exige la comparación entre figuras a partir de sus cantidades de superficies.</li> </ul>
	Espacial	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se pueden medir.</li> <li>■ Comparo y ordeno objetos a partir de atributos medibles (cantidad de superficie-cantidad de área)</li> </ul>

Tabla 1: Sistemas y pensamientos matemáticos considerados en la Propuesta de enseñanza

Planteamiento y resolución	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se pueden medir.</li> <li>■ Comparo y ordeno objetos a partir de atributos medibles (cantidad de superficie-cantidad de área)</li> </ul>
Comunicación, representación y modelación	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Usa propiedades geométricas para solucionar problemas relativos al diseño y construcción de figuras planas.</li> <li>■ Utiliza relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición.</li> <li>■ Resuelve y formula problemas usando modelos geométricos.</li> <li>■ Utiliza diferentes procedimientos figurales para comparar figuras según sus superficies y longitudes.</li> <li>■ Usa y construye modelos geométricos para solucionar problemas.</li> </ul>
Razonamiento y argumentación	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Establece correspondencia entre objetos</li> <li>■ Describe características de figuras que son congruentes entre sí.</li> <li>■ Identifica atributos de objetos y eventos que son susceptibles de medirse.</li> <li>■ Ubica objetos con base en instrucciones referentes a dirección, distancia y posición.</li> <li>■ Establece relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes.</li> <li>■ Reconoce y aplica transformaciones de figuras planas.</li> <li>■ Diferencia magnitudes de un objeto y relaciona las dimensiones de este con la determinación de las magnitudes.</li> <li>■ Establece conjeturas acerca de las propiedades de las figuras planas cuando sobre ellas se ha hecho una transformación (traslación, rotación, reflexión (simetría), ampliación, reducción).</li> <li>■ Compara y clasifica figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes.</li> <li>■ Reconoce nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos.</li> <li>■ Hace conjeturas y verifica los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano.</li> <li>■ Argumenta formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas.</li> <li>■ Predice y compara los resultados de aplicar transformaciones rígidas (rotación, traslación y reflexión) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas.</li> <li>■ Identifica y justifica relaciones de congruencia entre figuras.</li> <li>■ Hace conjeturas y verifica propiedades de congruencias entre figuras bidimensionales.</li> <li>■ Analiza la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas con medidas dadas.</li> </ul>

Tabla 2: Competencias consideradas en la Propuesta de enseñanza

### 3. Planeación local: momentos de la secuencia y aspectos a considerar en su aplicación

Compuesta por cuatro instancias. En la primera (Contorno Vs Superficie) se relacionan características cualitativas de las figuras con los conceptos de contorno y superficie, se establecen diferencias entre ellos. En la segunda (Superficie: cantidad, equivalencia y orden) y tercero (Contorno: longitud, orden y equivalencia) se exploran herramientas para comparar figuras según sus perímetros y áreas, y se promueve la construcción de figuras con características métricas particulares. En la penúltima instancia (longitud de contorno y cantidad de superficies: ¿es posible establecer relaciones?) se analizan las posibilidades y tipos de relación entre las dos magnitudes en cuestión. En la última instancia, se propone una serie de actividades para evaluar el conocimiento adquirido por los estudiantes en el desarrollo de la secuencia. Junto a cada momento de la secuencia se presenta una tabla que caracterizan aspectos puntuales a considerar en la aplicación de cada momento.

#### 3.1. Momento 1: Contorno Versus Superficie

<b>Objetivo</b>	Establecer diferencias cualitativas entre superficie y contorno	
<b>Flujo de interacción por tareas</b>	Tarea 1.1	P-Es $\rightarrow$ E $\rightarrow$ P-E1
	Tarea 1.2	P-Es
	Tarea 1.3	P-Es $\rightarrow$ E $\rightarrow$ P-Tríos $\rightarrow$ E $\rightarrow$ P-E1 $\rightarrow$ E $\rightarrow$ P-E1 $\rightarrow$ E1
<b>Materiales a utilizar</b>	Hoja de papel, cuaderno, cancha de básquet, tiza, papel periódico.	
<b>Procedimientos a movilizar</b>	Seguimiento de indicaciones, cubrir la superficie de una figura con las superficies de hojas de papel periódico y su contorno con el calzado (su longitud) de los estudiantes y descripción de procedimientos, establecimiento de conclusiones.	
<b>Tiempo de aplicación</b>	45 minutos	

Tabla 3. Aspectos a considerar en la aplicación del momento 1 de la secuencia de enseñanza

**Tarea 1.1.** Se entregará una hoja de papel para que realices las siguientes actividades.

- Con uno de los dedos de tus manos delinea el borde de la hoja. A la parte de la hoja recorrida por tu dedo la llamaremos contorno.
- Desliza la palma de la mano en la hoja de tal forma que recorra de un lado del contorno al otro. A la parte de la hoja en que deslizaste tu mano se denomina superficie.
- Responde en tu cuaderno la siguiente pregunta: ¿qué diferencia hay entre superficie de una figura y su contorno? Para dar respuesta a ella debes primero realizar un dibujo en tu cuaderno que indique el procedimiento seguido en cada una de las dos actividades previas.
- Solicita a tu profesora que revise la respuesta dada a la anterior pregunta y la descripción de los procedimientos aplicados en las dos actividades iniciales. Ten en cuenta sus sugerencias para mejorar la escritura de los procedimientos y la respuesta a pregunta planteada.

**Tarea 1.2.** Identifica en tu salón tres figuras de formas distintas y represéntalas en tu cuaderno. Colorea sus superficies de rojo y sus contornos de verde.

**Tarea 1.3:** Pongámonos de pies formando una fila y salgamos al patio. Observa las figuras que se han representado en la superficie de la cancha de básquet: un cuadrado y un rectángulo (**Imagen 1.1**).



Figura 1: Imagen 1.1

- Centremos la atención en la figura cuadrada. Manteniendo la fila recorreremos paso a paso la totalidad de su contorno. Luego, siguiendo el mismo procedimiento, hacemos lo mismo en el contorno de la figura rectangular. En tu cuaderno registra las acciones que acabaste de realizar.
- Con los trozos de papel periódico que te van a entregar cubre la superficie de las dos figuras. Es muy importante no sobreponer ningún trozo de papel sobre otro ni dejar ninguna parte de la superficie de las figuras sin cubrir. En tu cuaderno registra las acciones realizadas.
- Forma un grupo de tres estudiantes y comparte con ellos lo escrito en tu cuaderno. ¿Qué piensan tus compañeros de tu escrito y tú del de ellos?
- De la actividad anterior, has identificado palabras, expresiones o figuras adicionales que deberías considerar para mejorar tu escrito o que debes sugerir para mejorar el de tus compañeros? ¿Por qué las palabras, expresiones y figuras consideradas deben ser incluidas en tu escrito y el de tus compañeros?
- Solicita a tu profesora que revise tu escrito y el de tus compañeros. Ten en cuenta sus sugerencias para mejorar tu escrito.
- Responde las siguientes preguntas: ¿En cuál de las dos figuras el contorno es mayor? ¿En cuál la superficie es menor? ¿Qué diferencia existe entre comparar dos figuras según sus contornos o sus superficies?
- Solicita a tu profesora que revise tu escrito. Ten en cuenta sus sugerencias para hacerlo más preciso.



### 3.2. Momento 2. Superficie: Cantidad, Equivalencia y Orden

<b>Objetivo</b>	Comparar figuras bidimensionales según sus cantidades de área	
<b>Flujo de interacción por tareas</b>	Tarea 2.1	P-Es
	Tarea 2.2	P-Es → E1 → P-E1
	Tarea 2.3	
	Tarea 2.4	
	Tarea 2.5	
<b>Materiales a utilizar</b>	Tangram diseñado en cartón paja, fotocopia de las Imágenes 2.1 y 2.2, hoja con un cuadrado ( $z$ ) representado en su superficie, una hoja de papel en blanco, cuaderno.	
<b>Procedimientos a movilizar</b>	Seguimiento de indicaciones, designación de figuras, unión de superficies, diseño de figuras con igual área y contornos distintos, caracterización de diferencias y similitudes, diseño de figuras con cantidad de superficie mayor o menor a otra dada, descripción de procedimientos, establecimiento de conclusiones.	
<b>Tiempo de aplicación</b>	90 minutos	

Tabla 4. Aspectos a considerar en la aplicación del momento 2 de la secuencia de enseñanza

**Tarea 2.1:** Un Tangram es un juego conformado por siete figuras: un cuadrado, 2 triángulos grandes, dos pequeños, uno mediano, y un paralelogramo (Imagen 2.1), que al unirlos, sin que sus superficies se solapen unas con otras, se forma una gran variedad de simpáticas figuras (Imágenes 2.2). Designa la superficie de los triángulos grandes con las letras  $a$  y  $b$ , la de los triángulos pequeños con  $c$  y  $d$ . El triángulo mediano con la letra  $e$  y el cuadrado y el paralelogramo respectivamente con  $f$  y  $g$ .

**Tarea 2.2:** En la hoja que te entregará tu profesor se representa un cuadrado (superficie  $z$ ). Utiliza las fichas del Tangram para cubrir totalmente a  $z$ . No debes sobreponer entre sí las partes de las figuras del Tangram ni dejar espacios de  $z$  sin sobreponer.

- En tu cuaderno describe paso a paso tu procedimiento. Utiliza cada una de las siguientes palabras: trasladé horizontalmente, trasladé verticalmente, roté, superficie  $a$ , superficie  $b$ , superficie  $c$ , superficie  $d$ , superficie  $e$ , superficie  $f$ , superficie  $g$  y superficie  $z$ .

**Tarea 2.3:** Con las superficies de las figuras  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  y  $g$  construiremos dos nuevas figuras de contornos distintos al cuadrado  $z$ . Para realizar esta tarea debes seleccionar dos de las figuras que se representan en la **Imagen 2.2**. Una vez construidas las nuevas figuras, representa cada una de ellas en la mitad de la hoja de papel que te entregó el profesor y designa sus superficies con las letras  $p$  y  $q$ .

- En tu cuaderno describe paso a paso el proceso realizado. Utiliza cada una de las siguientes palabras: trasladé horizontalmente, trasladé verticalmente, roté, superficie  $a$ , superficie  $b$ , superficie  $c$ , superficie  $d$ , superficie  $e$ , superficie  $f$ , superficie  $g$ , superficie  $p$  y superficie  $q$ .

**Tarea 2.4:** al comparar las figuras de superficies  $z$ ,  $p$  y  $q$  ¿qué diferencias y similitudes podrías encontrar?

- En tu cuaderno, y de forma detallada, explica tu respuesta. Utiliza cada uno de los siguientes términos: contorno, superficie  $a$ , superficie  $b$ , superficie  $c$ , superficie  $d$ , superficie  $e$ , superficie  $f$ , superficie  $g$ , superficie  $p$  y superficie  $q$ .

**Definición 1:** como las superficies de las figuras  $z$ ,  $p$  y  $q$  fueron construidas con las superficies de las mismas figuras, es decir las superficies  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  y  $g$ , se dice que las figuras

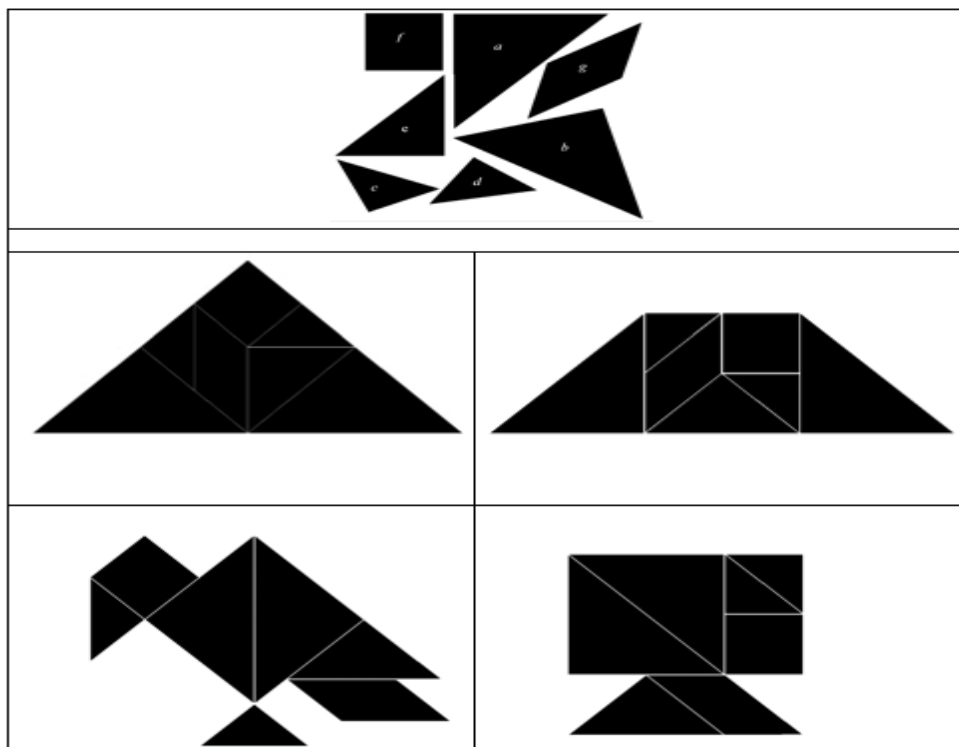


Figura 2: Imagen 2.1

$z$ ,  $p$  y  $q$  tienen las mismas cantidades de superficie.

**Tarea 2.5:** construye dos nuevas figuras. Una con cantidad de superficie mayor (designa su superficie con la letra  $x$ ) y otra con cantidad de superficie menor (designa su superficie con la letra  $y$ ) que cualquiera de las tres figuras consideradas en la **Tarea 2.4**.

- ¿Qué expresiones o palabras debes considerar para explicar detalladamente el procedimiento realizado?
- En tu cuaderno explica de forma minuciosa el procedimiento realizado.
- ¿Qué conclusiones puedes considerar al desarrollar esta Tarea?

### 3.3. Momento 3: Contorno: Longitud, Orden y Equivalencia

<b>Objetivo</b>	Comparar figuras bidimensionales a partir de sus longitudes de contornos	
<b>Flujo de interacción por tareas</b>	Tarea 3.1	P-Es → E1 → P-E1
	Tarea 3.2	
	Tarea 3.3	
	Tarea 3.4	P-Es → Tríos → E1 → E1-P → E1
<b>Materiales a utilizar</b>	Cintas para comparar contornos de figuras, superficies $p$ , $q$ , $x$ , $y$ , $z$ , cuaderno.	
<b>Procedimientos a movilizar</b>	Seguimiento de indicaciones, descomposición de las unidades unidimensionales (lados) y aplicación de operaciones sobre ellas, unión de longitudes de lados de la figura, comparación entre figuras según sus longitudes de contorno, caracterización de diferencias y similitudes, descripción de procedimientos y establecimiento de conclusiones.	
<b>Tiempo de aplicación</b>	45 minutos	

Tabla 5. Aspectos a considerar en la aplicación del momento 3 de la secuencia de enseñanza

**Tarea 3.1:** Utiliza las cintas que te entregó el profesor (**Imagen 3.1**) para comparar uno de los lados de la figura de superficie  $z$  con el lado más largo de las figuras de superficies  $p$  y  $q$ .

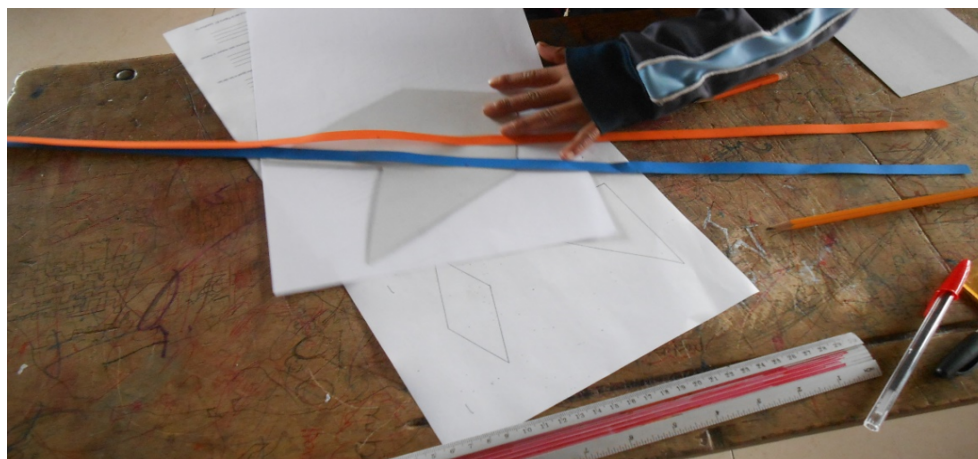


Figura 3: Imagen 3.1

- En tu cuaderno describe en detalle el proceso realizado y establece la conclusión encontrada. De las siguientes expresiones utiliza las que consideres necesarias: vértice, figura de superficie  $z$ , figura de superficie  $p$ , figura de superficie  $q$ , longitud, mayor, menor, igual, comparar.

**Tarea 3.2:** Utiliza las cintas que te entregó el profesor para comparar la unión de las longitudes de dos de los lados de la figura de superficie  $z$  con la unión de dos de los lados más largos de la figura de superficie  $p$ .

- En tu cuaderno describe en detalle el proceso realizado y establece la conclusión encontrada. De las siguientes expresiones utiliza las que consideres necesarias: figura de superficie  $z$ , figura de superficie  $p$ , longitud, unir, comparar, mayor, menor, igual.

**Tarea 3.3:** Teniendo en cuenta la longitud del contorno establece un orden entre las figuras con superficie  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $p$  y  $q$ .

- ¿Qué palabras y expresiones necesitas para explicar el proceso realizado?
- En tu cuaderno describe minuciosamente el proceso utilizado para desarrollar la Tarea y establece la conclusión encontrada.
- ¿Qué conclusión puedes sacar al desarrollar la **Tarea 4.3**?

**Tarea 3.4:** Responde detalladamente las siguientes preguntas:

- ¿Qué procedimiento podemos utilizar para construir un conjunto de figuras cuya longitud de contorno sea igual al de la figura z?
- ¿Qué procedimiento podemos utilizar para construir un conjunto de figuras cuya longitud de contorno sea mayor o menor que el de la figura z?
- Ahora forma un grupo de trabajo de tres estudiantes y realiza las siguientes actividades: compara tus respuestas con las de tu grupo de trabajo. Identifica que cuestiones puedes considerar para mejorar el registro realizado en la Tabla y realiza las correcciones, ampliaciones u omisiones que correspondan. Luego, Solicita a tu profesora que revise tus respuestas. Ten en cuenta sus sugerencias para mejorar una vez más la escritura de los procedimientos y la respuesta dada a la pregunta planteada.

### 3.4. Momento 4: Longitud de Contorno y Cantidad de Superficie: ¿Es Posible Establecer Relaciones?

<b>Objetivo</b>	Reconocer que la relación entre los perímetros y las áreas de dos o más figuras depende exclusivamente de las figuras en comparación	
<b>Flujo de interacción por tareas</b>	Tarea 4.1	P → Es → E1 → P-E1
	Tarea 4.2	
	Tarea 4.3	
	Tarea 4.4	P-Es → Tríos → E1 → E1-P → E1
	Tarea 4.5	
<b>Materiales a utilizar</b>	Copia de las Imágenes 4.1, 4.2 y 4.3, cintas para comparar contornos de figuras, tijeras, cuaderno, tabla para sistematizar conclusiones.	
<b>Procedimientos a movilizar</b>	Seguimiento de indicaciones, descomposición de las unidades unidimensionales (lados) y aplicación de operaciones sobre ellas, unión de longitudes de lados de la figura, descomposición de figuras en sub-figuras y reorganización de sus partes para formar figuras de contornos distintos e igual área, comparación entre figuras según sus longitudes de contorno y cantidades de área, caracterización de diferencias y similitudes, descripción de procedimientos y establecimiento de conclusiones.	
<b>Tiempo de aplicación</b>	90 minutos	

**Tabla 6.** Aspectos a considerar en la aplicación del momento 4 de la secuencia de enseñanza

**Tarea 4.1:** Ordena de mayor a menor las figuras representadas en la **Imagen 4.1**. Considera primero las cantidades de superficie de cada una de las figuras y luego sus longitudes de contorno.

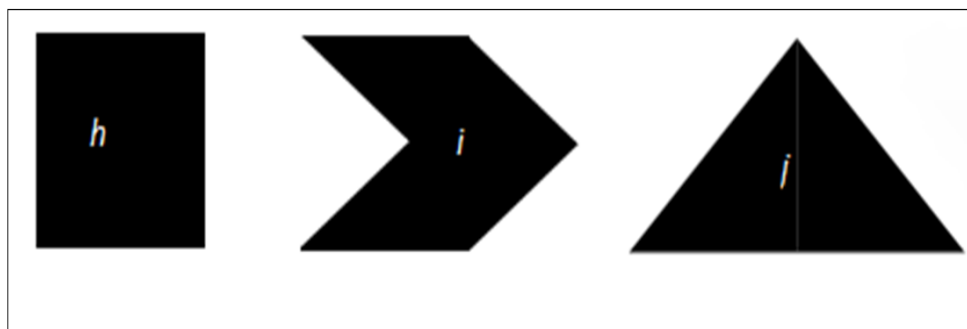


Figura 4: Imagen 4.1

**Tarea 4.2:** Ordena de mayor a menor las figuras representadas en la **Imagen 4.2**. Considera primero las longitudes de contorno de cada una de las figuras y luego sus cantidades de superficie.

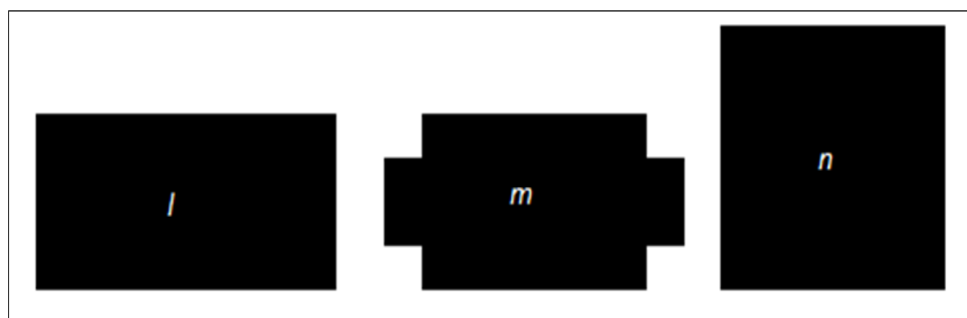


Figura 5: Imagen 4.2

- ¿Qué palabras y expresiones necesitas para explicar tu forma de proceder?
- En tu cuaderno registra minuciosamente, y paso a paso, cómo procediste en la resolución de esta Tarea. Explica además el porqué de las decisiones y procedimientos realizados.
- ¿Qué conclusión sacas al resolver la presente Tarea? Explica tu respuesta.

**Tarea 4.3:** Ordena de mayor a menor las figuras representadas en la **Imagen 4.3**. Considera primero las longitudes de contorno de cada una de las figuras y luego sus cantidades de superficie.

- ¿Qué palabras y expresiones necesitas para explicar tu forma de proceder?
- En tu cuaderno registra minuciosamente, y paso a paso, cómo procediste en la resolución de esta Tarea. Explica además el porqué de las decisiones y procedimientos realizados.
- ¿Qué conclusión sacas al resolver la presente Tarea? Explica tu respuesta.



Figura 6: Imagen 4.3

**Definición 2:** En Matemáticas a la cantidad de superficie se le denomina **Área** y a la longitud de contorno **Perímetro**.

Para el desarrollo de las **Tareas 4.4** y **4.5** debes organizarte en un grupo de trabajo de tres estudiantes.

**Tarea 4.4:** En la siguiente tabla redacta cada una de las conclusiones que en el desarrollo de las **Tareas 4.1**, **4.2** y **4.3** has considerado (utiliza los términos **Área** y **Perímetro**). En cada caso asigna un título que represente el tipo de conclusión estipulado.

Tarea	Conclusión	Título
4.1		
4.2		
4.3		

- Compara tu respuesta con las de tu grupo de trabajo. Identifica que cuestiones puedes considerar para mejorar el registro realizado en la Tabla y realiza las correcciones, ampliaciones u omisiones que correspondan. Luego, Solicita a tu profesora que revise tus respuestas. Ten en cuenta sus sugerencias para mejorar una vez más la escritura de los procedimientos y la respuesta dada a la pregunta planteada.

**Tarea 4.5:** A partir de las tres conclusiones escritas en el recuadro de la tarea anterior redacta una única conclusión que se desprenda del desarrollo de las **Tareas 5.1**, **5.2** y **5.3**.

- Compara tu respuesta con las de tu grupo de trabajo. Identifica que cuestiones puedes considerar para mejorar el registro realizado en la Tabla y realiza las correcciones, ampliaciones u omisiones que correspondan. Luego, Solicita a tu profesora que revise tus respuestas. Ten en cuenta sus sugerencias para mejorar una vez más la escritura de los procedimientos y la respuesta dada a la pregunta planteada.

### 3.5. Momento 5: Evaluación con Preguntas Tipo Pruebas Saber

Resuelve las siguientes tareas de forma individual

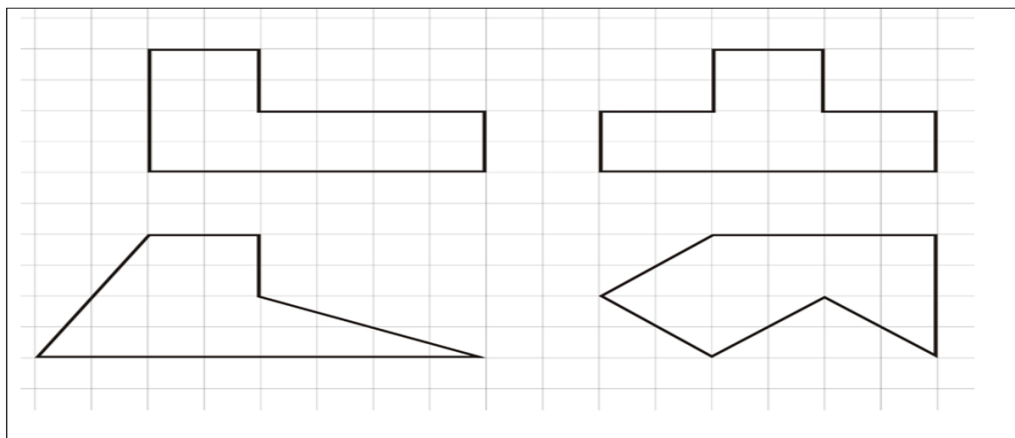
**Tarea 5.1:** Adaptada de *Algunos tópicos a tener en cuenta en el aprendizaje del registro semiótico de las figuras geométricas: procesos de visualización y factores de visibilidad*, [9, p. 100].

<b>Objetivo</b>	Caracterizar errores y dificultades de los estudiantes al establecer relaciones entre el área y el perímetro de figuras bidimensionales	
<b>Flujo de interacción por tareas</b>	Tarea 2.1	P-Es → E1 → P-E1
	Tarea 2.2	
	Tarea 2.3	
	Tarea 2.4	
	Tarea 5.5	P-Es → E → Tríos → P-Tríos → P-E2
<b>Materiales a utilizar</b>	Copias de las imágenes presentadas en las Tareas 5.1, 5.2 y 5.3, cuaderno.	
<b>Procedimientos a movilizar</b>	Seguimiento de indicaciones, descomposición de las unidades unidimensionales (lados) y aplicación de operaciones sobre ellas, unión de longitudes de lados de la figura, descomposición de figuras en sub-figuras y reorganización de sus partes para formar figuras de contornos distintos e igual área, comparación entre figuras según sus longitudes de contorno y cantidades de área, diseño de figuras con diferentes relaciones entre sus áreas y perímetros, caracterización de diferencias y similitudes, descripción de procedimientos y establecimiento de conclusiones.	
<b>Tiempo de aplicación</b>	180 minutos	

**Tabla 7.** Aspectos a considerar en la aplicación del momento 5 de la secuencia de enseñanza

Juan desea comprar un terreno para construir su casa. Un vendedor le ofrece cuatro terrenos de formas diferentes (**Imagen 5.1**) y asegura que todos tienen la misma área y perímetro. Juan no piensa igual y, por el contrario, afirma que unos terrenos tienen mayor área y perímetro que otros. ¿Quién tiene la razón?

Explico y justifico mi respuesta



**Figura 7:** Imagen 5.1

**Tarea 5.2:** ¿Es posible modificar la superficie de cualquiera de las dos figuras representadas en la parte inferior del recuadro anterior (**Tarea 5.1**) de tal forma que la nueva figura tenga un área mayor e igual perímetro que el de las figuras originalmente consideradas? Justifica y ejemplifica detalladamente tu respuesta.

**Tarea 5.3:** Teniendo en cuenta los perímetros y el área de las figuras representadas en la **Imagen 5.2** establece relaciones de orden entre ellas.

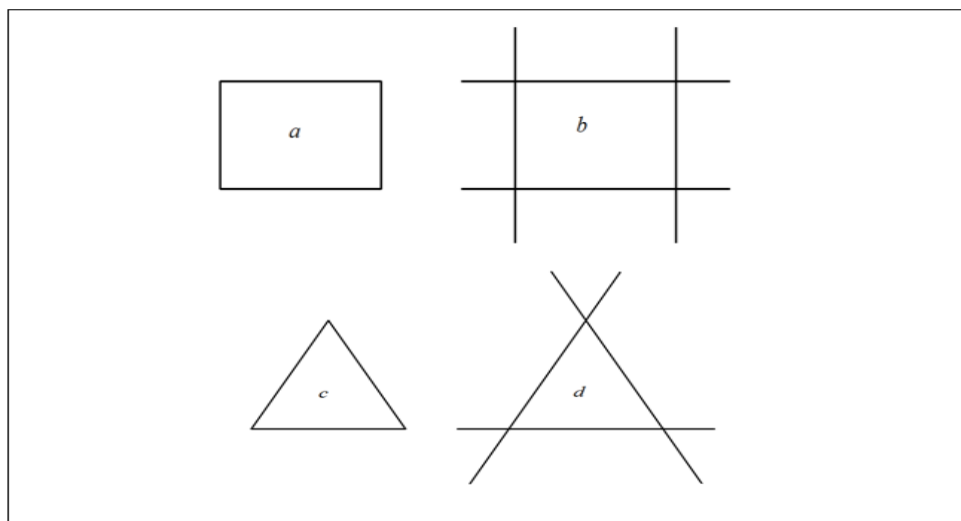


Figura 8: Imagen 5.2

- Escribe detalladamente el proceso que utilizaste para el desarrollo de la tarea.
- ¿Cuáles dificultades se presentaron? ¿Qué procedimiento te permitió solventar las dificultades? ¿Qué conclusiones puedes establecer?

**Tarea 5.4:** considera la figura representada en la **Imagen 5.3** para desarrollar la actividad descrita debajo de ella.

Para cada una de las parejas de figuras designadas en los ítems a, b y c, establece una relación de orden, primero, según sus áreas y luego, sus perímetros.

- Figuras BEGJ y GIJL.
- Figuras BDEN y BCGH.
- Figuras ACMEFHKJ y ADFI.

En los tres casos explica detalladamente tu respuesta

**Tarea 5.5.** Forma un grupo de tres estudiantes. Compara tus procedimientos con el realizado con tus compañeros. Registra en tu cuaderno las diferencias y similitudes entre las distintas formas de proceder discriminadas, identifica cuál es la mejor de todas y explica el por qué lo es. Comparte y discute con tus compañeros, lo que has escrito en tu cuaderno. La profesora seleccionará a un estudiante de cada grupo de trabajo para que exponga ante el grueso de estudiantes las discusiones realizadas y conclusiones asumidas.

## 4. Sugerencias a Futuras Replicas

En cuanto a las posibilidades de aplicación de la secuencia por educadores ajenos al proceso de contextualización, diseño y validación, es necesario: a) confrontar individual y grupalmente tanto los procedimientos y conclusiones de los estudiantes como sus producciones escritas, b) establecer y registrar conclusiones generales (matemáticas y procedimentales), c) proveer herramientas para la explicación de los procedimientos implementados y la descripción de su respectiva justificación, d) suscitar que los estudiantes lean sus escritos e identifiquen omisiones e incoherencias, esto debe llevar a un proceso de re-escritura y e) los resultados de la



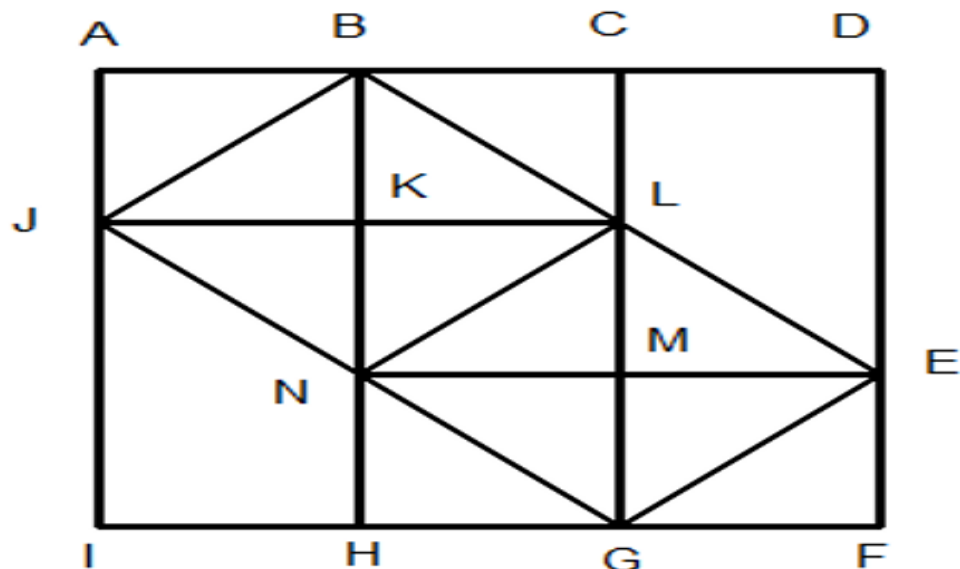


Figura 9: Imagen 5.3

evaluación deben discriminar qué aspectos deben ser re-tomados y sobre cuáles estudiantes se debe focalizar la atención.

## Referencias

- [1] Chamorro, M.; Belmonte, J. 1994. El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales. Edi. Síntesis S.A. Serie: Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. N 17. (Madrid). 152p.
- [2] D'Amore, B. y Fandiño, M. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *RELIME*, 10(1), 39-68. 15
- [3] De Carvalho, D.G. (2013, junio). Análise praxeológica da área de figuras geométricas planas no guia de estudo do Projevem Urbano. En Sociedade Brasileira de Eeducação Matemática (Organizador), XI Encontro Nacional de educação Matemática Curitiba. Brasil. 15
- [4] Estrada, J.L. y Ávila, A. (2009). Los usuarios de la educación básica para jóvenes y adultos y la solución de un problema de área. *Educación matemática*, 21(3), 33-66. 15
- [5] García, G, Patagones, P, Carrillo .J. (2006). Relación entre perímetro y área: el caso de Patricia y las interacciones. En M. Bolea, M. Moreno y M. González (Eds.). *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 185-194). Huesca. España: SEIEM. 15
- [6] ICFES (2014). Pruebas Saber 3, 5 y 9. Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2014. Ministerio de Educación Nacional: Bogotá, Colombia.
- [7] Marmolejo, G.A. (2014). *Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles*. Tesis doctoral no publicada, Salamanca, España.
- [8] Marmolejo, G. (2005). Análisis del Tópico de Geometría y Medición. En *Pruebas Censales y Formación de Pensamiento Matemático en la escuela*. El Bando Creativo. Cali (Colombia), 27-44. 15

- [9] Marmolejo, G. (2007). *Algunos tópicos a tener en cuenta en el aprendizaje del registro semiótico de las figuras geométricas: procesos de visualización y factores de visibilidad*. Tesis de maestría no publicada. Universidad del Valle, Cali, Colombia. [15](#)
- [10] Marmolejo, G. Blanco, H. y Fernández, E. (2016). *Introducción al desarrollo de pensamiento métrico y los sistemas de medida en la educación básica. Elementos a considerar en la planeación y transformación de las prácticas educativas en el aula de clase*. Datos por precisar. [15](#)
- [11] Marmolejo, G.A. y González, M.T. (2015). Control Visual en la construcción del área de superficies planas en los textos escolares. Una metodología de análisis. *Relime*, 18(3), 301-328. [14](#)
- [12] Marmolejo, G.A. y González, M.T. (2013). Visualización en el área de regiones poligonales. Una metodología de análisis de textos escolares. *Revista Educación Matemática*, 25(3), 61-102. [26](#)
- [13] Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas lineamientos curriculares*. Cali. Colombia. Artes Gráficas Univalle. [15](#)
- [14] Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá. Colombia. Imprenta Nacional de Colombia. [15](#)
- [15] Montis, A.M., Mallocci, P. y Polo, M. (2003). Congettura e argomentazione nella costruzione dei concetti di equiestensione e isoperimetria: un percorso didattico dalla prima alla quinta elementare. *L'educazione matematica*, 5(1), 1-12. [15](#)
- [16] Rickard, A, College, A. y Michigan, A. (1996). Connections a confusion: Teaching perimeter and área with a problema-solving oriented unit. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(3), 303-327. [14](#), [15](#)
- [17] Vygotsky, L.S. (1979). *Interacción entre aprendizaje y desarrollo*. Critica. Grupo. Barcelona. España. Editorial Grijalbo. [15](#)

[15](#)

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
UNIVERSIDAD DE NARIÑO

[15](#)

*e-mail:* Gustavo.marmolejo.mat@gmail.com  
*e-mail:* edwinsuasty@gmail.com