

ERAZO, ESCOBAR, BRAVO y VILLA. 2018. La modelación matemática: un aporte al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden en ingeniería. Revista Sigma, 14 (1). Pág. 31-48 <http://coes.udenar.edu.co/revistasigma/articulosXIV/1.pdf>

REVISTA SIGMA

Departamento de Matemáticas

Universidad de Nariño

Volumen XIV N°1 (2018), páginas 31–48

La modelación matemática: un aporte al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden en ingeniería

Irene María Esther Erazo Estrada ¹

David Alejandro Escobar Jiménez ²

María Janeth Bravo Montenegro ³

Jhony Alexander Villa Ochoa ⁴

Resumen. La actividad matemática al interior de las aulas escolares es una realidad compleja que implica fuertes procesos de reflexión e investigación, es así cómo dentro de la Educación Matemática se han consolidado dominios de investigación que abordan diferentes estrategias para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, uno de estos dominios se reconoce a nivel internacional como la Mathematical modelling and application cuyo objeto de estudio está vinculado con las relaciones entre las matemáticas escolares y la “realidad” en los diferentes niveles escolares [5, 20]. Para el caso de la formación de los ingenieros, la modelación matemática es una de las actividades que, junto con la interpretación y la comunicación deben estar presentes en el desarrollo de las capacidades que los ingenieros han de tener presente en su futuro desempeño profesional [19]. En este artículo se presenta un estudio, en el cual se analizó algunos aspectos de la modelación matemática que ayuda a la vinculación de conocimientos matemáticos con fenómenos propios de la ingeniería. El estudio se desarrolló con estudiantes de diferentes ingenierías, quienes participaban del curso de ecuaciones diferenciales en la Universidad de Nariño.

Palabras Clave. Modelación matemática, Ingeniería, Vinculación, Motivaciones, Habilidades, Fenómenos físicos, Ecuaciones diferenciales.

Abstract. The Mathematical activity into the classroom is a complex reality that implies strong processes of reflection and research. Thus, in the Mathematical Education some research domains have been consolidated dealing with different strategies for the teaching and learning of mathematics. One of these domains is internationally recognized as the Mathematical modeling and Application, whose object of study is linked to the relationship between school mathematics and the reality in different grade levels [4, 20]. In the case of the training of engineers, the Mathematical modeling is an activity which, along with the interpretation and communication, must be present in the development of capabilities that engineers have to keep in mind in their professional future [19].

¹Universidad de Nariño, Pasto. ireneerazo@unicauca.edu.co

²Universidad de Nariño, Pasto. daviescobar@umariana.edu.co

³Universidad Mariana, Pasto. janeth2607@hotmail.com

⁴Universidad de Antioquia, Medellín. jhonyvilla@gmail.com

this article, some aspects of mathematical modeling that help to bond mathematical knowledge with engineering phenomena are analyzed through a detailed study. This was conducted with students from different engineering programs, who had participated in the Differential Equations course at the University of Nariño.

Keywords Mathematical modeling, Engineering, Bonding, Motivation, Skills, Physical phenomena, Differential equations.

1. Introducción

La matemática es una actividad que se viene desarrollando y practicando desde la antigüedad, ha sido empleada con diversos objetivos, por su relación con otras ciencias, [17] la considera una ciencia dinámica y cambiante, esto sugiere que, efectivamente, la matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo. Es por ello, que en la Educación Matemática se señala a la modelación y sus aplicaciones como uno de los principios metodológicos, donde se busca que el aprendizaje de esta ciencia, no se realice explorando las construcciones matemáticas en sí mismas, en las diferentes formas en que se vienen dando a lo largo de los siglos, sino en continuo contacto con las situaciones del mundo real que les dieron y les siguen dando su motivación y vitalidad.

El presente trabajo se realizó con el objetivo de identificar aspectos que ayudan a la vinculación de las matemáticas con fenómenos reales propios de la ingeniería a través de proyectos de modelación matemática, puesto que diferentes estudios [2, 20], muestran la eficacia de incorporar este tipo de trabajos en el aula, tanto para apoyar el aprendizaje de conceptos, como para el desarrollo de habilidades matemáticas.

Esta investigación se desarrolló con 10 estudiantes que la materia de Ecuaciones Diferenciales del segundo periodo académico del año 2014, los cuales pertenecían a diferentes programas: 5 estudiantes de Ingeniería civil, 2 de sistemas y 3 de electrónica. Se trabajaron las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden que modelan distintos fenómenos físicos de utilidad en las distintas ingenierías, puesto que tienen numerosas aplicaciones a la ciencia y a la ingeniería, se tiene en cuenta a los estudiantes mencionados ya que los alumnos de estas carreras necesitan saber modelar para resolver problemas que se les presenten en su campo de trabajo [10], por consiguiente resolver las ecuaciones resultantes y formular predicciones respecto al comportamiento de las soluciones, de otro modo, en la formulación de este estudio se realizó una revisión de los planes de estudio en los que se encontró que las ecuaciones diferenciales constituyen una parte de los programas de cálculo en las carreras de ingeniería en Colombia.

2. Problema de investigación

Es común observar en los estudiantes, que pese a trabajar los conceptos matemáticos, se presenta dificultad al momento de llevarlos a la práctica o articularlos con otros saberes, esta problemática se vive particularmente dentro de las ingenierías, como lo afirma [10].

Por lo anterior se buscó dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación: ¿Qué habilidades de la modelación matemática se desarrollan a través de proyectos fundamentados en la modelación de fenómenos propios de la ingeniería?, ¿Qué motivaciones influyeron para la elección del fenómeno a modelar, en los estudiantes de ingeniería?

3. Modelación matemática

La experiencia con modelación matemática llevó a proponer una serie de etapas a desarrollar en el proceso de modelación, éste se muestra a continuación [4].

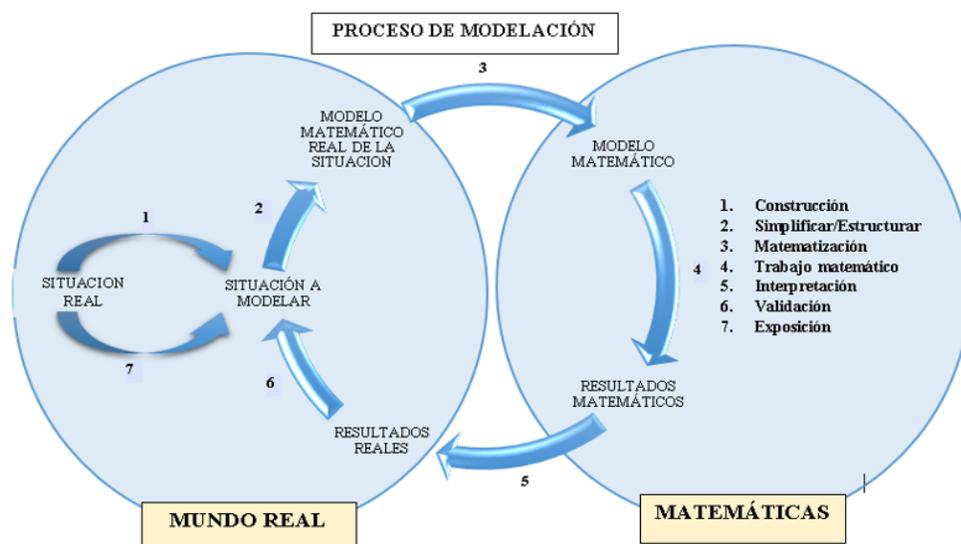


Figura 1: Proceso de modelación propuesto por [4, p.2]

Para la construcción del modelo se inicia con la identificación de un problema o una situación en contexto, esta construcción se formula por etapas como: la experimentación, la abstracción, simplificación y la interpretación, posteriormente se da paso a la creación del modelo, al cual se le da solución con el fin de realizar análisis que sean necesarios; tales como: análisis de los resultados, verificación y validación del modelo a la luz del problema, revisión de la coherencia entre las conclusiones del modelo resultante y el fenómeno mismo; en este último se debe validar el modelo, si éste no permite dar solución al problema planteado, se debe ajustar los datos y las variables para empezar nuevamente el ciclo de modelación, éste termina cuando el modelo encontrado cumple lo requerido. [9].

En la modelación el contexto es relevante puesto que los problemas de la vida real surgen en diferentes áreas del conocimiento y en diferentes contextos. Por lo cual se tuvo en cuenta el contexto donde: el estudiante toma un problema de la vida real, lo organiza, estructura, a continuación, determina la matemática relevante necesaria y, finalmente, resuelve el problema, es decir, el estudiante aplica a una situación real conceptos matemáticos de los que disponía previamente [12].

Por lo anterior es importante trabajar con la modelación matemática a través de proyectos, como una estrategia que ayuda al desarrollo de habilidades necesarias en la actualidad, la cual utiliza el proceso de modelación dando paso a un modelo matemático, lo cual lleva al alumno a aplicar conocimientos matemáticos a otras áreas, mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problemas [8].

Los proyectos de modelación, consisten en un ambiente [11] en el que se crean las condiciones para que los estudiantes puedan elaborar y estructurar ideas, renovar tareas, desarrollar el

ingenio, curiosidad y agilidad, para asociar ideas; hacer adaptaciones a la realidad, propiciar fluidez verbal y generar la independencia del pensamiento, de tal forma que digan lo que piensan con convicción, argumenten y expongan sus ideas [3], además la participación y las diferentes interacciones que se establecen en los grupos de trabajo que pueden ser interpersonales e intrapersonales son parte clave de los proyectos, puesto que ayudan a la construcción de su propio conocimiento [11].

El trabajo con proyectos tiene como punto de partida, la selección de una situación real que esté acorde con la temática de estudio y se la pueda formular en términos matemáticos, en este caso una ecuación diferencial. Posteriormente se resuelve el problema a través del proceso de modelación [3].

4. Modelación matemática en ingeniería

En Ingeniería además de los numerosos cálculos avanzados para diseños, es de importancia tratar de estudiar fenómenos físicos, por lo cual es necesario realizar una abstracción para poder estudiar el comportamiento y naturaleza de éste con el fin de describir, explicar o tratar de dar soluciones alternativas a los diferentes problemas que se generan en torno a éstos. Por lo anterior es necesario hacer uso de conocimientos que nos brinda el campo de las matemáticas, herramientas teóricas que ayudan a comprender y explicar de una forma más adecuada y ordenada el comportamiento de un fenómeno, una de estas es la modelación matemática, que hace uso de modelos matemáticos los cuales son un elemento clave en la formación del ingeniero puesto que es un instrumento que le resulta de mucha utilidad a la hora de dar solución a determinados problemas, además de que le permite establecer la conexión entre las matemáticas y la realidad propia del contexto cotidiano, permitiendo al ingeniero un mejor desempeño académico y profesional dentro de la sociedad [19].

En el campo de la ingeniería se presenta una realidad que tiene que ver con la desvinculación de conocimientos de matemáticas, con las materias propias de ingeniería, esta realidad ha sido analizada en diferentes investigaciones donde se menciona que se presenta una enorme brecha entre las habilidades matemáticas que requiere el ingeniero, vinculadas fundamentalmente a las actividades de modelar, interpretar, comunicarse en un lenguaje preciso, etc, y las habilidades que se forman en los cursos de matemática [7], que ponen su mayor énfasis en la actividad de resolver ejercicios de cálculo, lo anterior que se dificulta a los estudiantes integrar los cursos de matemáticas con las demás asignaturas de la carrera de ingeniería.

Es por ello que la modelación es una parte esencial que debe implementarse en los cursos de matemáticas en ingeniería puesto que permite a los estudiantes desarrollar habilidades en modelación para estar mejor preparados frente a los posibles problemas que se le presenten en su quehacer laboral, además de poder desenvolverse de forma idónea dentro de una comunidad profesional y poder responder de forma satisfactoria desde su inicio como estudiante hasta el momento de estar dentro de la sociedad como futuro profesional.

5. Aspectos metodológicos

La metodología a tratar admite un acercamiento al sujeto investigado, permite analizar los motivos que tienen los estudiantes para delimitar el fenómeno, teniendo en cuenta el contexto en que se llevó a cabo la investigación. Esta metodología empleada permitió el análisis de las habilidades de la modelación que se ponen en juego a través de proyectos basados en

la modelación del fenómeno elegido por los sujetos a investigar, por medio de instrumentos que llevaron a cumplir con los objetivos planteados anteriormente, es por ello que este trabajo de grado se realizó bajo una metodología mixta, tanto cuantitativa como cualitativa.

Para hacer los respectivos análisis por el lado cuantitativo se recolectó información, por medio de una encuesta y una rúbrica, y por el lado cualitativo a través de la entrevista y el diario de campo, realizado a los trece estudiantes de las diferentes ingenierías que cursaban la materia de ecuaciones diferenciales.

6. Análisis de resultados

A continuación se muestran los respectivos análisis y resultados a los objetivos que se planteó identificando algunas competencias que se desarrollaron durante el trabajo con proyectos

6.1. Análisis de las Categorías relacionadas con la Motivación que tuvieron los Estudiantes para elegir el Fenómeno a Modelar

Para ello se dividió la encuesta en cuatro categorías: razones por la que estudia el joven el fenómeno escogido, efectividad de la motivación por el estudio en la actividad docente, interés hacia la carrera y valoración del sujeto respecto a la influencia que recibe hacia la elección del problema. La primera categoría a su vez se divide en tres subcategorías a saber: estudio, colectivismo, contacto familiar y realización.

6.1.1. Razones por la que el joven estudia el fenómeno escogido.

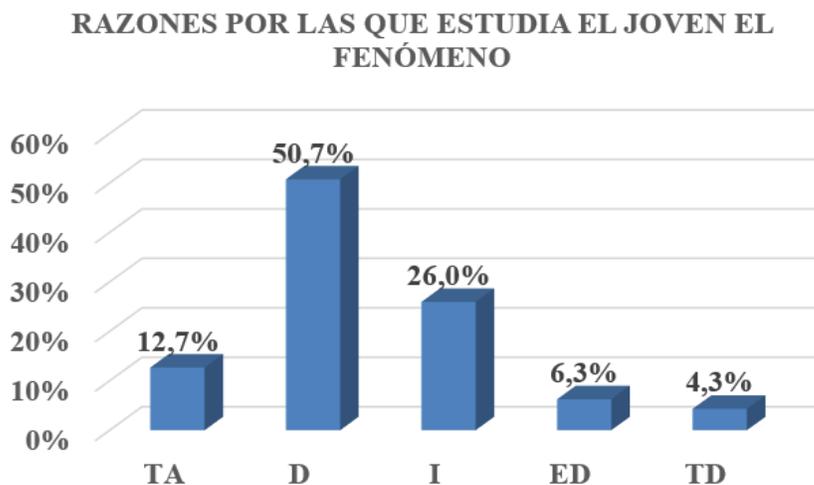


Figura 2: Gráfica 1 Razones por las que estudia el joven el fenómeno escogido.

En la gráfica 1 se muestra que alrededor de 63,4% de los estudiantes tienen una actitud favorable en torno a las razones que tienen para elegir el fenómeno que van a modelar, ya sea por “realización” en cuanto al deseo de conocer más o por resolver el problema y por razones de su “estudio” ya sea para fortalecer, aprender, conocer o relacionar sus conocimientos con otras ciencias que ellos conocen. Este porcentaje se lo puede confirmar con los promedios y las medianas, ya que más del 50% de las respuestas de la población están en el rango de “De

Acuerdo” o “Totalmente de Acuerdo”, además se debe tener en cuenta los cuatro ítems, estudio, colectivismo, contacto familiar y realización, cuya mediana y promedio son bajos, los motivos por los cuales no eligieron el fenómeno a modelar los estudiantes se encuentran en el rango de “Desacuerdo” y “Totalmente en Desacuerdo” con un 32,3 %, principalmente por razones de tipo “familiar”, es decir que los aspectos familiares no influyeron en la elección. El análisis muestra que al menos del 11 % de los estudiantes, tienen una actitud desfavorable hacia los intereses para escoger el fenómeno a modelar, puesto que no recibieron influencia familiar. Esto se debe a que en ningún momento tuvieron influencias de un miembro de la familia, ya sea porque se encuentran solos en la ciudad, son los únicos que saben del tema o por el simple hecho de que no ven necesario comunicar o pedir su ayuda a pesar de que saben del tema. Además, la elección no se realizó porque fue aconsejado por un miembro de la familia, porque alguien de ellos trabaja temas relacionados con el fenómeno elegido o por solucionar problemas de ese tipo que hayan tenido que resolver en casa, más que todo se limita a elegir el fenómeno por otros aspectos alejados de éstos. Sobresalen en los comentarios de los estudiantes que para la delimitación del fenómeno influyeron asignaturas que estaban cursando, sin embargo, reconocen la importancia, utilidad y la aplicación de las matemáticas para dar solución a problemas de la vida real.

6.1.2 Efectividad de la motivación por el estudio.

Esta categoría examina si el estudiante se encamina a ser autodidacta, busca información en varias fuentes bibliográficas de forma independiente, participa en actividades científicas estudiantiles o de lo contrario se limita a responder a las exigencias mínimas de la actividad docente.

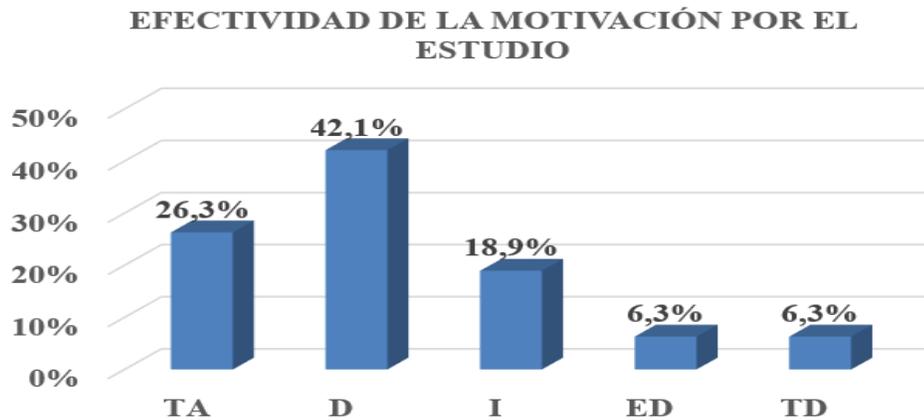


Figura 3: Gráfica 2 Efectividad de la motivación por el estudio..

6.1.3 Interés hacia la carrera.

Esta categoría analiza la orientación y gusto hacia las asignaturas de la profesión y/o hacia otras asignaturas.

Gráfica 3 Influencia que tuvo el interés hacia la carrera para escoger el fenómeno a modelar.

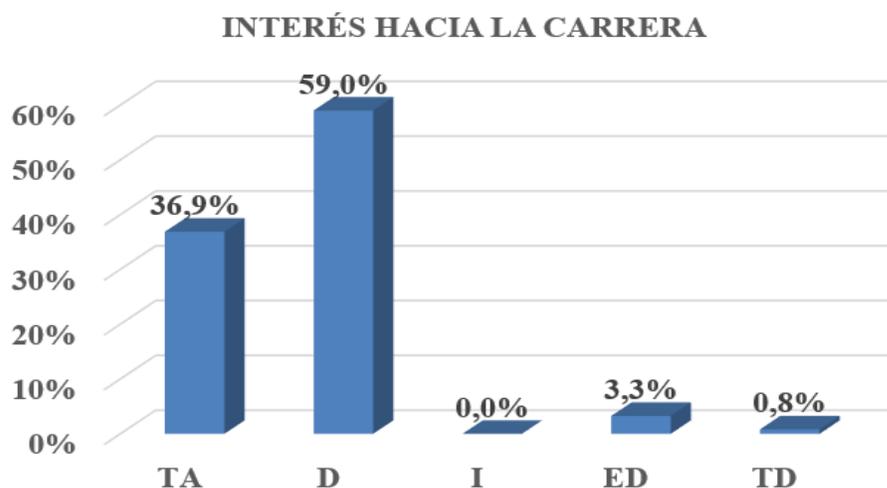


Figura 4: Gráfica 3 Influencia que tuvo el interés hacia la carrera para escoger el fenómeno a modelar.

La gráfica 3 muestra que aproximadamente el 95,9% de los estudiantes aceptan que al momento de escoger el fenómeno para modelar estuvieron influenciados por el interés que tienen hacia su carrera, en el sentido que se aplica y se relaciona con su futura profesión. Este porcentaje se ratifica con la tabla de promedios, puesto que más del 66% de la población está en el rango de “de acuerdo” y “totalmente de acuerdo”.

Sin embargo el 4,1% de los estudiantes encuestados opinan que el interés por la carrera no los motivó en la elección del fenómeno, manifiestan desinterés por el estudio de ellas, declaran que no la aplican en su carrera, además que miran las matemáticas por un lado y los fenómenos propios de la ingeniera por otro. Esto se debe a que algunos de ellos no miran la matemática como una ciencia aplicada, por otra parte en los comentarios de los estudiantes consideran a la matemática interesante destacando su relación y aplicación en la carrera que estudian.

6.1.4 Valoración del sujeto respecto a la influencia que recibe hacia la elección del problema.

Esta categoría se centra en analizar si la valoración es positiva, negativa o ambivalente con respecto a la influencia ejercida por cada uno de los actores considerados posteriormente. La influencia ejercida puede ser valorada como positiva cuando el sujeto considera que resulta favorable y/o negativa cuando ocurre lo contrario, ambivalente cuando se produce una valoración que abarca ambas direcciones.

En la gráfica 4 se puede observar que el 42% de los estudiantes de las diferentes ingenierías afirman que la valoración del sujeto respecto a la influencia que reciben los estudiantes, hacia la elección del problema, fue de “ninguna”, es decir que la mayor parte de los futuros ingenieros no tuvieron influencia por parte del investigador, compañero, profesor, familia,

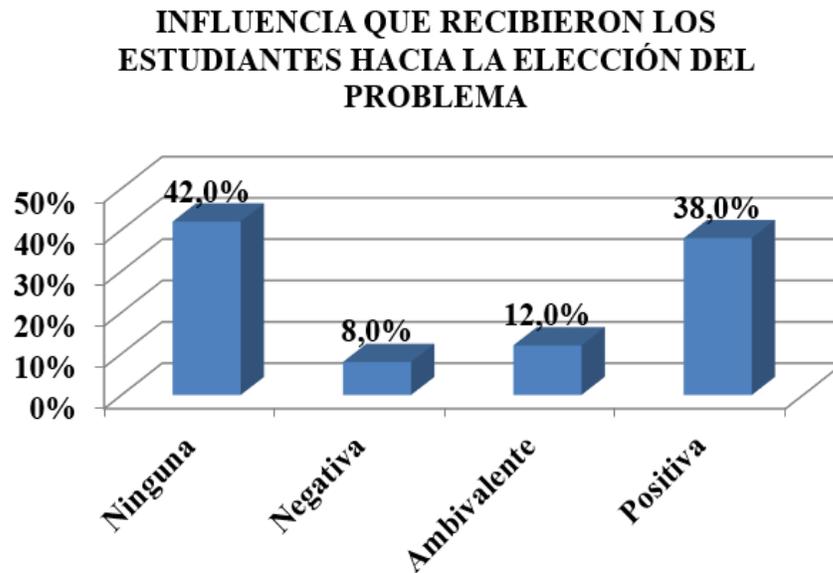


Figura 5: Gráfica 4 Influencia que recibieron los estudiantes hacia la elección del problema.

o algún medio de información, en la elección del fenómeno que trabajaron, la familia fue la población que menos influyó en la elección con un porcentaje del 80%, al parecer los estudiantes no acostumbran a comentar su quehacer académico con su familia, además mencionaron que no los tienen cerca lo que les impide comunicarles este tipo de aspectos.

Además se muestra que un porcentaje significativo del 38% considera que ha recibido influencia positiva en cuanto a la elección del fenómeno que estudiaron, igualmente se puede apreciar que las persona que tuvieron mayor influencia, según los resultados fue el profesor, compañero e investigador, con un porcentaje del 50%, sin embargo los estudiantes mencionaron que los medios de información como el internet también les ayudó a la delimitación, pues les sirvió para conocer a profundidad el fenómeno, definir su problema y obtener información del tema que querían estudiar, es decir fue un complemento para investigar el fenómeno que deseaban abordar.

6.2. Análisis de las Categorías relacionadas con las Habilidades de la Modelación Matemática.

Se indagó las habilidades de la modelación que se ponen en juego a través de proyectos basados en la modelación de fenómenos, se resalta los aspectos negativos y positivos que se observaron en el desarrollo de la investigación.

Para analizar cada gráfica se tuvo en cuenta los porcentajes obtenidos por cada opción: excelente y satisfactorio, las cuales son opciones de respuestas favorables, aceptable, insuficiente y deficiente son opciones de respuesta desfavorables.

Para hacer el análisis se consideró tres categorías, la primera es comprender qué es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado, la segunda categoría es determinar las ventajas y limitaciones de utilizar un determinado modelo y la tercera categoría es proponer o utilizar modelos para obtener información, hacer inferencias o predicciones. Cada

categoría está compuesta de algunas subcategorías específicas, la primera se compone de las diferentes competencias de modelación que se mencionan en [20].

6.2.1 Comprender qué es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado.

Comprende tres subcategorías específicas, a continuación, se realiza el análisis respectivo.

6.2.1.1 Estructurar el campo o situación que va a modelarse.

Esta categoría indaga la habilidad para comprender la definición del problema, sus objetivos y definición de la teoría que gobierna el problema.

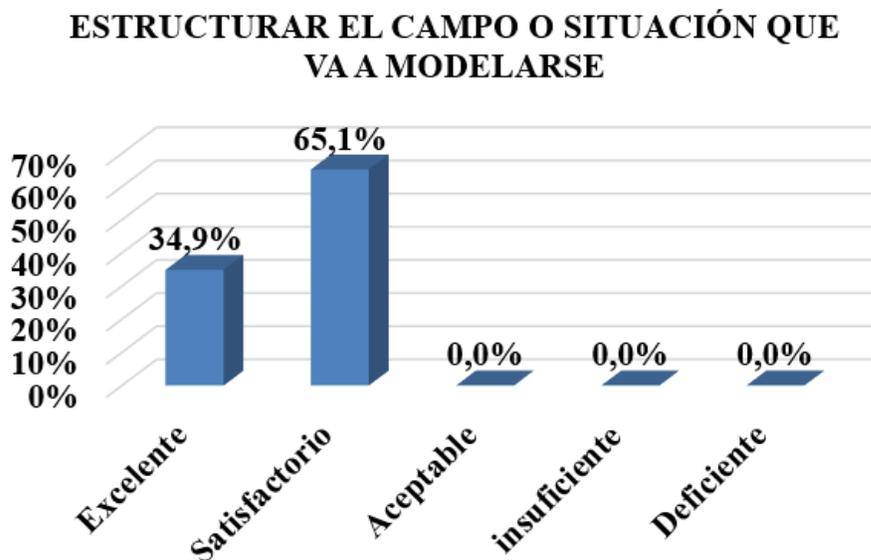


Figura 6: Gráfica 5 Logro de la competencia estructurar el campo o situación que va a modelarse.

La gráfica 5 muestra que los estudiantes estructuraron la situación a modelarse, con una totalidad del 100 % los jóvenes tienden a estar en el rango de “satisfactorio”, es decir que todos lograron alcanzar esta competencia, durante el desarrollo del proyecto de modelación, los estudiantes definieron el problema, sus objetivos y establecieron la teoría que gobierna el problema.

6.2.1.2 Traducir la realidad a una estructura matemática.

Esta categoría está relacionada con la descripción de la situación física en términos matemáticos.

En la gráfica 6 se puede ver que el 100 % de los estudiantes presentan satisfacción hacia el logro de la competencia “traducir la realidad a una estructura matemática” puesto que durante el proceso de realización del proyecto se observó que los estudiantes respondían y entendían de manera satisfactoria el cómo se relacionaba la ecuación diferencial, que utilizaban para modelar el fenómeno real con cada una de las variables y expresiones.

TRADUCIR LA REALIDAD A UNA ESTRUCTURA MATEMÁTICA

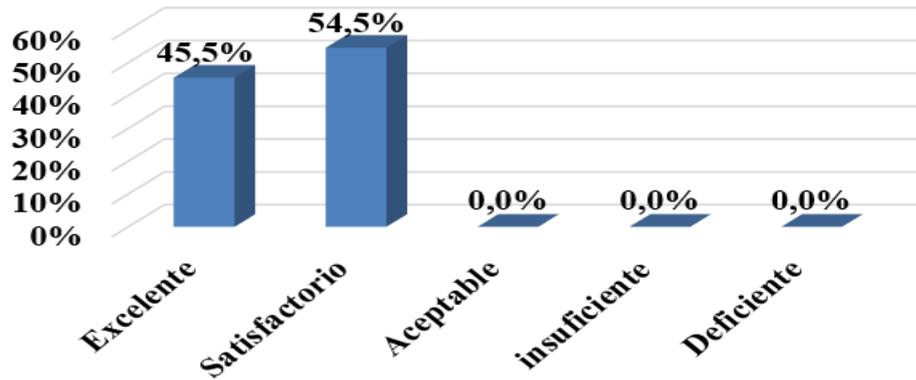


Figura 7: Gráfica 6 Logro de la competencia traducir la realidad a una estructura matemática.

6.2.1.3 Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.

Esta categoría se refiere al ítem denominado la aplicación del modelo e interpretación de los resultados que ofrece, y comparación del modelo con la situación real.

INTERPRETAR LOS MODELOS MATEMÁTICOS EN TÉRMINOS REALES

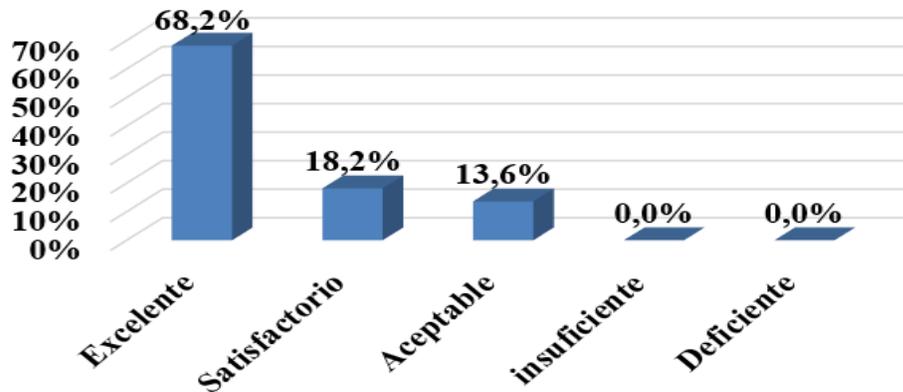


Figura 8: Gráfica 7 Logro de la competencia interpretar los modelos matemáticos en términos reales.

En la gráfica 7 se puede observar que alrededor del 86,4% de los estudiantes, durante el proceso de realización del proyecto de modelación presentaron un nivel favorable en cuanto al desarrollo de esta competencia específica, los estudiantes trabajaron con problemas reales de su contexto, todos los grupos eligieron fenómenos que se aplicaban en su campo de estudio, tomaron datos reales los cuales usaron para verificar el modelo utilizado y llegar a realizar los análisis requeridos, cerca del 13,6% tuvieron un nivel aceptable puesto que algunos llegaron a los resultados pero no con mucha claridad.

Lo anterior demuestra que la mayoría de los grupos de trabajo de ingeniería, en los diferentes temas elegidos, llegaron al modelo que describe su fenómeno real, con el fin de hacer los análisis respectivos y responder su objetivo planteado, para ello los estudiantes de las diferentes ingenierías usaron datos reales, que obtuvieron a través de una investigación previa. Pese a que la mayoría de los estudiantes, trabajaron satisfactoriamente, durante todo el desarrollo del proyecto, algunos grupos presentaron dificultades como en el planteamiento de su objetivo general y en los resultados que expresaban al problema planteado, ya que los mostraban sin expresar su significado, lo cual se evidencia en algunos de los documentos presentados al final del proyecto de modelación.

6.2.2 Determinar las ventajas y limitaciones de utilizar un determinado modelo.

Para el estudio de esta categoría se enfocó en las diferentes ventajas y desventajas que tuvieron los estudiantes de cada uno de los equipos de trabajo durante el proceso de desarrollo de los proyectos de cada grupo. Para este análisis se analizaron los argumentos realizados por los estudiantes tanto en forma oral como escrita, en su mayoría la realización del proyecto de modelación fue beneficioso para sus diferentes carreras profesionales, en el sentido de que miran a la modelación matemática como una parte fundamental y de gran utilidad en su profesión, fue algo novedoso para ellos el haber trabajado con el proyecto, mencionan que pudieron mejorar sus conocimientos, ver la aplicabilidad que tiene las ecuaciones diferenciales en su carrera, relacionar las materias propias de la ingeniería con los cursos de matemáticas, comprender y solucionar problemas de la vida real y tratar de hacer predicciones para aportar a la sociedad.

Cabe resaltar que los estudiantes de ingeniería mencionan que es la primera vez que se enfrentan a este tipo de actividades, lo cual hace evidente que tanto en las materias de matemáticas como las materias propias de la ingeniería no abordan este aspecto de la modelación, y que por su propia experiencia deben tratarse pues hay argumentos donde se muestran grandes beneficios como los que ya se han mencionado.

Las limitaciones que se presentan en algunos grupos de trabajo son más que todo experimentales ya que se dificultó ser precisos en la toma de datos reales de los fenómenos, ya que encontraban diferentes variables que modificaban los resultados, además fue complejo obtener los objetos, las maquinarias, el montaje específico para calcular datos y ver si están en concordancia con los datos teóricos obtenidos, pero se utilizó datos de otros proyectos para hacer la respectivas verificaciones a los modelos.

6.2.3 Proponer o utilizar modelos matemáticos para obtener información, hacer inferencias o predicciones.

Ésta comprende tres categorías específicas, por ello se hace el análisis a cada categoría que la conforman.

6.2.3.1 Trabajar con un modelo matemático.

Esta categoría comprende la solución matemática del modelo, en seguida se muestran los resultados gráficos del logro de la categoría específica mencionada.

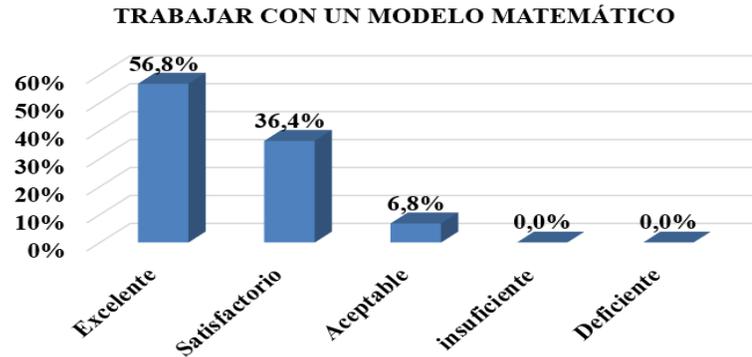


Figura 9: Gráfica 8 Logro de la competencia trabajar con un modelo matemático.

En la gráfica 8 se puede apreciar que alrededor del 94 % de los estudiantes, tienen un nivel alto en cuanto al logro de la competencia trabajo con un modelo matemático. Los estudiantes después de obtener la ecuación diferencial dieron solución a ésta, utilizando un método conocido, además se procede a tabular y graficar algunos datos de la solución encontrada, lo cual se puede apreciar en los siguientes resultados mostrados y sustentados por los estudiantes de ingeniería.

6.2.3.2 Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.

Esta categoría hace referencia a la comparación del modelo con la situación real o verificación del modelo.

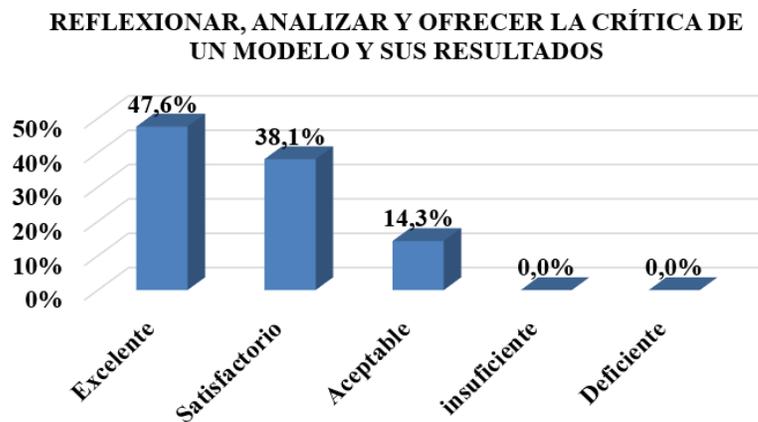


Figura 10: Gráfica 9 Logro de la competencia reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.

La gráfica 9 muestra que un porcentaje de 85,7% aproximadamente están en un rango de satisfacción en cuanto al logro de la competencia reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados, para ello los estudiantes tuvieron que ver si las respuestas que da el modelo son correctas, lo cual se logra con la verificación de ellas con la realidad, la verificación se realiza comparando los resultados, si la comparación del modelo y la realidad física no es la adecuada, entonces se consideró las causas y se realizó las modificaciones que fueron necesarias. Un porcentaje aproximadamente del 14,3% muestra que el logro de la competencia fué Aceptable. .

Se evidencia que la mayor parte de los estudiantes de ingeniería lograron alcanzar la competencia específica de reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados, hicieron comparaciones de su modelo con la realidad y los resultados fueron satisfactorios, puesto que eran muy aproximados a ella, se hizo las modificaciones necesarias con el fin de desarrollar el problema y poder trabajar con una ecuación diferencial, que la hayan tratado en sus cursos anteriormente vistos, cabe resaltar la motivación que se observa en los estudiantes al momento de hacer estas comparaciones y la dedicación que mostraron, aunque algunos grupos se les presento dificultades, no fue un obstáculo para dejar de trabajar, buscaron algunas soluciones, continuaron y lograron terminar su proyecto.

6.2.3.3 Comunicar acerca de un modelo y sus resultados.

Esta categoría corresponde a la socialización, en esta etapa el estudiante sustenta el trabajo realizado.

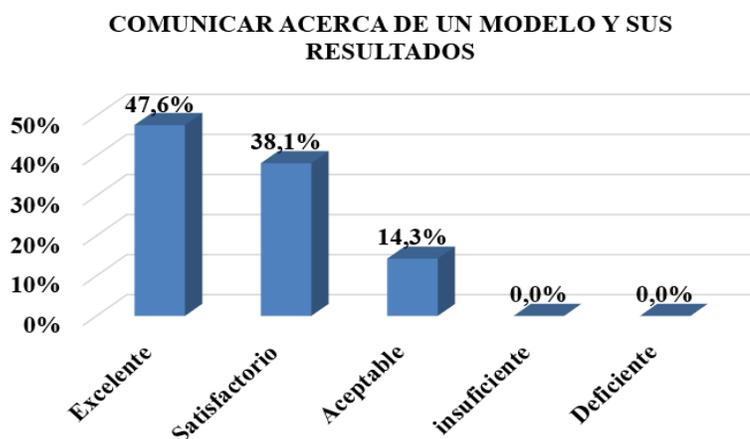


Figura 11: Gráfica 10 Logro de la competencia comunicativa acerca de un modelo y sus resultados.

La gráfica 10 muestra que el 85,7% de los estudiantes comunicaron el modelo y sus resultados, sustentaron el trabajo y dieron a conocer los resultados obtenidos. En el momento de la presentación, se expone un resumen de su problema, objetivos planteados, teoría matemática, el modelo matemático, el experimento planteado y finalmente sus conclusiones.

Se concluye que los estudiantes lograron la competencia de comunicar un modelo matemático y sus resultados, ellos expresaron lo que realizaron durante el desarrollo del proyecto y los resultados. Fue satisfactorio ver la motivación y dedicación que manifestaron, también fue de gran agrado servir de apoyo para que lograran resolver algunas dudas y alcanzar lo propuesto durante el presente trabajo, como conclusión la mayoría de los estudiantes se

muestran motivados por que este proyecto les permitió vincular en su trabajo lo teórico (ecuación diferencial) con lo práctico (fenómenos físicos), algo que difícilmente lo han podido hacer durante la carrera, puesto que miran las materias de matemáticas en los primeros semestres y las de ingeniería después.

Por todo lo anterior se puede concluir que la mayor parte de los estudiantes de ingeniería desarrollaron las competencias específicas: trabajo con un modelo matemático, reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados. Así se evidencia el desarrollo de la competencia general: proponer o utilizar modelos matemáticos para obtener información, hacer inferencias o predicciones.

7. Conclusiones

La modelación de fenómenos propios de la ingeniería a través del trabajo con proyectos de modelación permitió generar en los estudiantes interés por el desarrollo de la investigación, lo cual fue de gran beneficio para la vinculación de los cursos específicos de las ingenierías con los cursos de matemáticas, en particular con el de ecuaciones diferenciales.

Para el primer objetivo, que fue analizar las motivaciones que tuvieron los estudiantes para elegir el fenómeno a estudiar en el proyecto de modelación, se obtuvo lo siguiente.

Los motivos que los llevó a interesarse en la elección del fenómeno fueron: Dominio del tema, interés en ver la relación de las matemáticas con otras ciencias, fortalecimiento de conocimientos y utilidad del fenómeno. Las diferentes motivaciones inspiradas en su carrera, fueron la aplicabilidad y las relaciones con las asignaturas de su carrera.

En cuanto a las motivaciones relacionadas con el colectivismo y el contacto familiar, se obtuvo que les fueron indiferentes estos aspectos, sin embargo, el motivo que más resalta en el primero es ayudar al grupo a que avance en el desarrollo del proyecto y analizando los otros se puede ver que hay poca comunicación del aspecto académico con sus parientes, por lo cual la familia no influyó en las decisiones que se tomaron.

Otras motivaciones que favorecen a la realización del estudiante fueron: el deseo de conocer más y el deseo de querer resolver el problema. Por este lado, se logró fomentar el interés, puesto que los estudiantes resaltan la influencia que tuvieron por parte del profesor, los compañeros y los investigadores para hacer la elección, estudio y sustentación del fenómeno a modelar.

Para dar cumplimiento al segundo objetivo, se obtuvo que los estudiantes de ingeniería lograron desarrollar las siguientes habilidades: Para evidenciar la habilidad comprender que es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado, los estudiantes, durante el desarrollo del proyecto de modelación, lograron: estructurar el campo o situación a modelarse, traducir la realidad a una estructura matemática e interpretar los modelos matemáticos en términos reales.

En la habilidad proponer o utilizar modelos para obtener información, hacer inferencias o predicciones, los estudiantes lograron trabajar con un modelo matemático, reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de las ecuaciones y sus resultados, sustentando el estudio que hicieron y mostrando sus propias deducciones.

Determinar las ventajas y limitaciones de usar determinado modelo, para el desarrollo de

esta habilidad los estudiantes comunicaron de forma oral y escrita las diferentes ventajas y dificultades que se presentaron durante el desarrollo del proyecto de modelación. Considerando a la modelación matemática parte fundamental y de gran utilidad en su profesión, mencionan que fue algo novedoso para ellos el haber trabajado con el proyecto, pues les permitió mejorar sus conocimientos, mirar la aplicación y relación de las materias propias de las ingenierías con los cursos de matemáticas, además de lograr un acercamiento de lo matemático con un problema de la vida real permitiendo hacer algunas predicciones. Dentro de las limitaciones que se encontraron fueron de tipo experimental, sin embargo, los estudiantes mostraron persistencia y lograron cumplir sus objetivos.

Los resultados, mostraron que la modelación apoya al desarrollo de los requerimientos de un ingeniero egresado, algunos de los cuales se evalúan en las pruebas Saber Pro, además del beneficio que se tuvo aportando a la vinculación de las matemáticas con fenómenos reales, en este caso con fenómenos de la ingeniería, por otro lado se da certeza del problema que tienen los estudiantes al ver las matemáticas aisladas de las materias propias de su carrera, lo cual se logró mitigar al trabajar con proyectos basados en la modelación de fenómenos, mostrando que es posible aportar a la vinculación de las matemáticas con fenómenos reales propios de la ingeniería.

Además, es importante ver que los estudiantes de estas carreras mostraron agrado por la realización del proyecto de modelación, pues miraron ésta como una parte importante, de gran utilidad a la hora de ejercer su trabajo y además lo miraron como algo novedoso. Manifestaron no haber tenido esa experiencia antes, puesto que las asignaturas de matemáticas las miraron por un lado y las de ingeniería por otro. Lo anterior permite un espacio de reflexión, de cómo abordar un concepto matemático en el aula, además de percibir la relación existente entre la matemática y sus otras áreas de estudio.

Por último, teniendo en cuenta a los docentes ingenieros entrevistados se observó que la modelación a la que ellos se refieren es de carácter teórico, es decir la miran como la aplicación de una determinada fórmula matemática, en la cual se reemplaza unos datos iniciales para obtener resultados, es decir, carece de uno de los pasos importantes que tiene el proceso de modelación conocido como la experimentación. Todo esto da cabida a que docentes de matemáticas reflexionemos y llevemos a las aulas de ingeniería una matemática más cercana a los fenómenos que se enfrentan en su carrera y en la vida cotidiana.

Referencias

- [1] Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería. (2013). *Generalidades de las especificaciones para los módulos de competencias específicas de la prueba Saber Pro, para el área de ingeniería*. recuperado de: http://www.acofi.edu.co/wp-content/uploads/2013/12/Presentacion_ACD_FINAL.pdf
- [2] Aravena, M. & Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca-Chile. *Estudios Pedagógicos XXXIII. 2. 7-25. 33*
- [3] Aravena, M. Caamaño, C. & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. 11, 49-92. 35*
- [4] Blum, W. & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it be Taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and Application. 1 (1), 45 - 58.*
- [5] Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

- [6] Blomhoj, M. (2004). Mathematical modelling. A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*. (pp. 145-159). Suecia. 32, 34
- [7] Brito, M. Alemán, I. Fraga, E. Para, P. & Arias, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería mecánica*. 14, 129-139. 32
- [8] Biembengut, M. & Hein, N. (2004). Modelación Matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Red de revistas de América Latina y el Caribe*. 16, 105-125.
- [9] Bustamante, C. (2012). *Hacia la construcción de modelos algebraicos multiplicativos en el grado sexto (tesis de maestría)*. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. 35
- [10] Camarena, P. (2010). La modelación matemática en la formación del ingeniero. Instituto politécnico Nacional. México. Recuperado de <http://www.m2real.org/spip.php?article152&lang=fr>. 34
- [11] Castilla, E & Vergara, E. (Septiembre, 2013). Desarrollo de la competencia de “modelación matemática” a través del aprendizaje por proyectos en el contexto de la física experimental. En J. Savedra (presidencia), *innovación en investigación y educación en ingeniería: factores claves para la competitividad global*. Conferencia llevada a cabo en el XIII Foro Mundial de Educación en Ingeniería, Cartagena, Colombia. 34
- [12] Castro, E. & Castro E. (2000). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coordinador), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, Barcelona, España. 33
- [13] Córdoba, P. (2011). *La modelación en matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería* (Tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional. México. 34, 35
- [14] Cordero, F. (2013). *Matemática y el Cotidiano*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México. 10 febrero de 2014, Recuperado de http://www.proyectosmatedu.cinvestav.mx/diplomado/mi_cuenta/data/pdfcordero/vid5/MATEMATICAS&COTIDIANO,%20ENE.2013..pdf 34
- [15] Cruz, C. (2010) La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería. *Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V*, 25(3), 39-46.
- [16] García, G. (2004). *La modelación matemática en el proceso de enseñanza- aprendizaje del cálculo diferencial*, (Tesis de maestría), Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza.
- [17] Guzmán, M. (1994). Tendencias innovadoras en la Enseñanza de las Matemáticas. *Revista de ciencia de la Educación*. 21(17), 19-26.
- [18] Hernández, R. Fernández. C &. Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- [19] Rendón-Mesa & Esteban. (Noviembre, 2013). La modelación matemática en ingeniería de diseño. En S. González (Presidencia), *I congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*, Santo Domingo, República Dominicana. 33
- [20] Rodríguez, R., Rendón, M. & Quiroz, S. (2012). Las Competencias de Modelación Matemática para el aprendizaje del cálculo de volumen con apoyo en las webquest. Memorias de la XIV Escuela de Invierno de Matemática Educativa, Monterrey, México. 13 de mayo del 2014, Recuperado de www.virtualeduca.info/ponencias2011/165/Ponencia%20CompetenciasModelacion_SamanthaQuiroz.docx
- [21] Villa-Ochoa, J. (2013a). Miradas y Actuaciones sobre la Modelación Matemática en el aula de clase. *Conferencia Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*. Santa María, Rio Grande do Sul 32, 35

- [22] Villa-Ochoa, J. (2013b) Contextos, Intereses y Sentido de Realidad en la Modelación Matemática. Una experiencia con el profesor de matemáticas, *Conferencia Nacional sobre Modelagem na Educação matemática*. Santa María. Rio Grande do Sul [32](#), [33](#), [40](#)

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
UNIVERSIDAD DE NARIÑO

e-mail: ireneerazo@unicauca.edu.co

e-mail: daviescobar@umariana.edu.co

e-mail: janeth2607@hotmail.com

e-mail: jhonyvilla@gmail.com