

CAÑIBANO, CONFALONE Y ALEANDRO. 2022. Aplicación de la función exponencial en el proceso de fotosíntesis de un cultivo. Revista Sigma, 18 (2). Páginas 1–9.

REVISTA SIGMA

Departamento de Matemáticas y Estadística

Volumen XVIII N^o 2 (2022), páginas 1–9

Universidad de Nariño

Aplicación de la función exponencial en el proceso de fotosíntesis de un cultivo

Alejandra Cañibano ¹

Adriana Confalone ²

María José Aleandro ³

Abstract: From an integration work carried out by Agronomic Engineering students (UNCPBA) to complete the basic cycle of their training, the concept of exponential function is retaken to explain the interception of photosynthetically active radiation (RFA) by a crop, understood as RFA the light radiation that plants use to photosynthesize. At work, the importance of meaningful learning and the development of critical thinking are considered as a fundamental tool when making decisions. To learn meaningfully, the students had to relate the new knowledge of Agrometeorology with the mathematical concepts learned previously, making the new knowledge interact with the structure of the student's knowledge.

Keywords. exponential function, Lambert-Beer law, meaningful learning, critical thinking.

Resumen: A partir de un trabajo de integración que realizaron los alumnos de Ingeniería Agronómica de la UNCPBA para completar el ciclo básico de su formación se retoma el concepto de función exponencial para explicar la intercepción de radiación fotosintéticamente activa (RFA) por un cultivo, entendiéndose por RFA la radiación lumínica que las plantas utilizan para realizar la fotosíntesis. En el trabajo se considera la importancia del aprendizaje significativo y el desarrollo del pensamiento crítico como herramienta fundamental a la hora de tomar decisiones. Para aprender significativamente, los alumnos debieron relacionar los nuevos conocimientos de Agrometeorología con los conceptos matemáticos aprendidos con anterioridad, logrando que el nuevo conocimiento interactúe con la estructura del conocimiento del alumno.

Palabras Clave. función exponencial, ley de Lambert-Beer, aprendizaje significativo, pensamiento crítico.

¹Docente de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), área Matemática, e mail: mac@faa.unicen.edu.ar

²Docente de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), área Agrometeorología, e mail: aconfalone@gmail.com

³Docente de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), e mail: mjaleandro@azul.faa.unicen.edu.ar

1. Introducción

Teniendo en cuenta que la clave que marca la diferencia entre las diferentes formas de aprendizaje está en el proceso de construcción del conocimiento se puede aprender matemática de distintas maneras. El aprendizaje significativo supone un proceso en el que el estudiante recoge la información, la selecciona, organiza y establece relaciones con el conocimiento que ya tenía previamente. Así, este tipo de aprendizaje se da cuando el nuevo contenido se relaciona con las experiencias vividas y otros conocimientos adquiridos con el tiempo, teniendo un papel relevante, la motivación y las creencias personales sobre lo que es importante aprender.

Para Moreira [8] el aprendizaje significativo se caracteriza por la interacción entre conocimientos previos y conocimientos nuevos y durante el proceso los nuevos conocimientos adquieren significado para el sujeto y los conocimientos previos adquieren nuevos significados.

Una de las definiciones más genéricas sobre el pensamiento crítico da que son los procesos, estrategias y representaciones que la gente utiliza para resolver problemas, tomar decisiones y aprender nuevos conceptos [9].

El pensamiento crítico se halla íntimamente ligado al concepto de aprendizaje significativo, Ausubel et al. [1] sostiene que para que ocurra el aprendizaje significativo, es preciso que el alumno sea consciente de que él debe relacionar las nuevas ideas o informaciones que quiere incorporar a los aspectos relevantes de su estructura cognoscitiva. David Ausubel desarrolló la teoría del aprendizaje significativo, partiendo del supuesto básico de que los conceptos previamente formados o descubiertos por el alumno en su entorno eran la base para la adquisición de otros nuevos conceptos; de ahí, según el autor, la importancia de los conocimientos previos [4]. La estructura cognitiva es el conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. (Fig. 1)

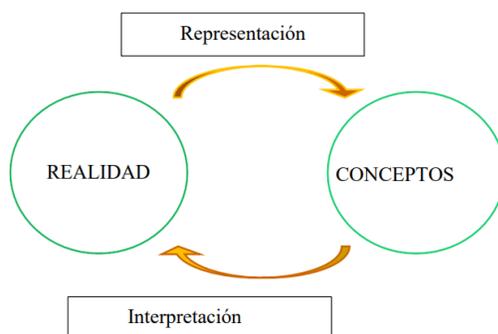


Fig. 1: Aprendizaje Significativo.

La teoría del aprendizaje significativo ofrece el marco apropiado para el desarrollo de las actividades prácticas aplicadas a determinada ciencia, como también el diseño de maneras de abordaje coherentes con dicha teoría, constituyéndose en un marco teórico que favorecerá dicho proceso. Al respecto, Camarena [3] menciona:

"La matemática en contexto: ayuda al estudiante a construir su propio conocimiento de una matemática con significado, con amarres firmes y no volátiles; refuerza el desarrollo de habilidades matemáticas, mediante el proceso de resolver problemas vinculados con los intereses del alumno"

Además, para Chrobak [4], el proceso de pensamiento que involucra la evaluación analítica de una determinada situación se denomina pensamiento crítico e involucra tres momentos por los que atraviesa un estudiante cuando es enfrentado a una situación real y de solución confiable:

- a) El diagnóstico de la situación.
- b) Con qué información cuenta para arribar a una solución.
- c) La toma de decisiones, basada en sus conocimientos, para llegar a un resultado satisfactorio.

Un desarrollo adecuado del proceso de enseñanza aprendizaje, en el cual la formación y el desarrollo de los procedimientos lógicos del pensamiento jueguen roles importantes, permite elaborar de manera adecuada los conceptos, los cuales son la base de la construcción del conocimiento y premisa para un exitoso desempeño del futuro profesional egresado. Para que un alumno sea un buen pensador crítico debe poder relacionar la teoría con la práctica, para llegar a una propuesta bien pensada y esclarecedora.

Por otro lado, en la asignatura Agrometeorología de la carrera de Ingeniería Agronómica de nivel universitario, se hace necesario estimar procesos matemáticos y físicos para interpretar la interacción de los procesos atmosféricos y biológicos, los cuales se pueden automatizar haciendo énfasis en el análisis de los mismos [2].

Es así que para estudiar las relaciones entre el tiempo atmosférico/clima y el rendimiento en sistemas espacio-temporales se hace uso de modelos matemáticos que intentan reproducir la realidad para comprender, analizar y predecir qué sucede cuando las variables cambian la respuesta del sistema. El aprendizaje se habrá hecho efectivo cuando el conocimiento que integra el alumno a sí mismo se ha ubicado en la memoria, en forma permanente.

En este trabajo se expone acerca de la función exponencial y su aplicación en un caso concreto, el de cuantificar la captura de la radiación fotosintéticamente activa (RFA) entendiendo por ello la radiación comprendida entre la longitud de onda de 0,4 y 0,7 micras y que logra producir actividad fotosintética en agrupamientos de plantas. De modo breve, la fotosíntesis es un proceso químico que convierte el dióxido de carbono en compuestos orgánicos, utilizando la energía de la luz solar. (Fig. 2)

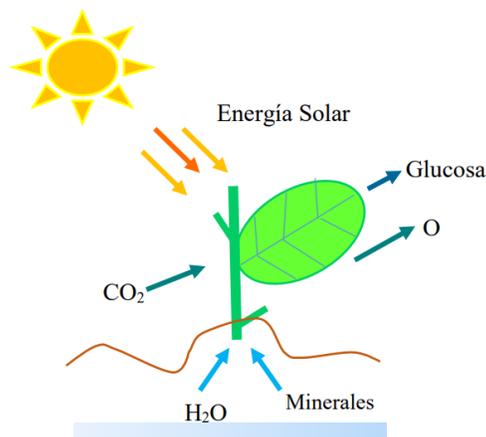


Fig. 2: Proceso de Fotosíntesis.

Este análisis cobra importancia en la carrera de Ingeniería Agronómica y afines, porque conocer la estimación de la productividad primaria bruta direccional en conocer en qué medida un ecosistema, como por ejemplo un pastizal, genera biomasa, tema de suma importancia en las carreras relacionadas a las ciencias agropecuarias.

La ley de Lambert-Beer

También denominada ley de Bouguer-Lambert-Beer es una ley descubierta de forma diferente e independiente por distintos científicos a lo largo de cierto periodo de años. La ley expone un modelo matemático utilizado para expresar de qué modo la materia absorbe la luz o de otra manera esta ley indica que se establece una relación exponencial entre la transmisión de luz a través de una sustancia y la concentración de la sustancia o la longitud del cuerpo que atraviesa la luz.

Por ello no está demás hacer una descripción rápida sobre la función exponencial como el tipo de función que responde a la expresión

$$y = a^x \quad \text{ó} \quad f(x) = a^x, \quad \text{con} \quad 0 < a < 1 \quad \text{o} \quad a > 1$$

Donde el valor de a puede ser cualquier número positivo excepto el 1.

Las funciones exponenciales son relaciones funcionales en las cuales la variable independiente x es el exponente de la potencia o parte de ella.

En resumen, una función exponencial es:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \rightarrow y = f(x) = a^x \quad \text{donde} \quad a > 0, a \neq 1$$

En la Fig. 3 y Fig. 4 se muestran las gráficas de acuerdo al comportamiento que asume el parámetro a

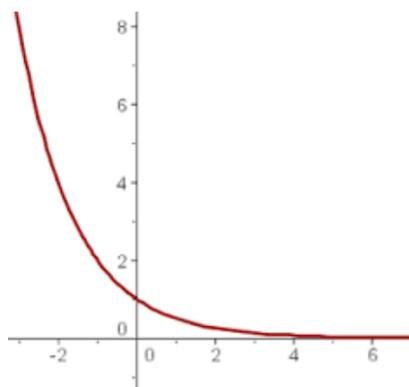


Fig. 3: Función $f(x) = a^x$
 $0 < a < 1$
Función decreciente.

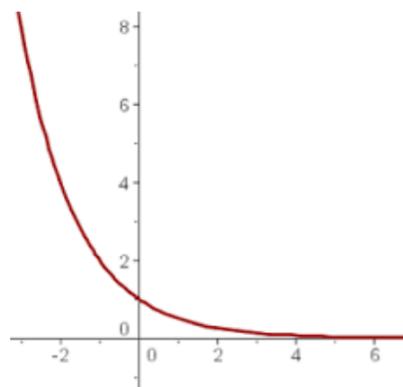


Fig. 4: Función $f(x) = a^x$
 $a > 1$
Función creciente.

Otra característica de la función es que siempre interseca al eje de ordenadas en el valor 1, lo cual es cierto porque $f(x) = a^0 = 1$.

Volviendo al tema que nos ocupa, es necesario saber que cuando la *radiación* solar incide sobre cualquier superficie, en el caso de este trabajo sobre plantas. En general, en la atmósfe-

ra, una parte de ella es reflejada por la superficie y es disipada, este proceso se denomina *reflexión*, la parte que absorbe la radiación y la calienta se denomina *absorción* y, la parte que atraviesa la superficie y se transmite al interior se denomina *transmisión*. (Fig. 5).

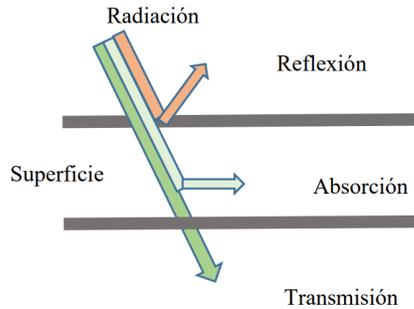


Fig. 5: Radiación en la atmósfera.

Dicha ley establece que cada capa de igual espesor que atraviesa la radiación, absorbe una fracción igual de la radiación que la atraviesa. Su expresión matemática es:

$$\frac{I_1}{I_0} = e^{-A}$$

Dónde:

I_1 e I_0 son las intensidades saliente y entrante respectivamente.

A es la absorbancia.

La absorbancia A se define como la medida de la cantidad de luz absorbida por un material y depende de la concentración y el grosor de la materia (Fig. 6). La absorbancia puede calcularse realizando un despeje matemático de la expresión anterior:

$$A = -\log \frac{I_1}{I_0}$$

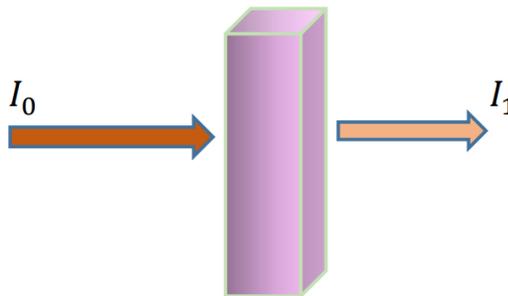


Fig. 6: Proceso de absorbancia.

En el caso de los cultivos, que es el tema que ocupa el presente trabajo, para Monsi y Saeki [7] la atenuación de la radiación a través de la masa vegetal suaviza de manera similar a como ocurre en la atmósfera. Este patrón de extinción se explica a través de la ley de absorción

de Lambert-Beer, vista en párrafos anteriores, que establece que cada capa de igual espesor absorbe una fracción igual de la radiación que la atraviesa. En los canopeos de cultivos (la parte aérea de las plantas), las capas de igual espesor están basadas en unidades de índice de área foliar (IAF). La expresión matemática es:

$$\frac{I_1}{I_0} = e^{-k \cdot IAF}$$

I_1 Radiación fotosintéticamente activa (RFA) sobre el cultivo.

I_0 Radiación fotosintéticamente activa (RFA) por debajo de la iésima capa de hojas.

IAF : Índice de área foliar.

k : Coeficiente de extinción de la luz, característico del cultivo.

2. Aplicación

La siguiente aplicación corresponde a un trabajo de integración que realizaron alumnos de la Facultad de Agronomía de la UNCPBA, como condición para completar el ciclo básico de la carrera y que fue presentado en un congreso de la especialidad [6].

El mismo se denominó “Captura de la radiación por un cultivo de cebada” y tuvo como objetivo cuantificar la captura de la radiación fotosintéticamente activa (*RFA*) que se produce en agrupamientos de plantas y concretamente en un cultivo de cebada. La estimación de la productividad primaria bruta es de gran importancia para conocer en qué medida un ecosistema, como puede ser un pastizal, genera biomasa.

Para ello se sembró una parcela experimental con cebada forrajera en surcos distanciados a 15cm y cada cuatro días o cuando las condiciones meteorológicas lo permitían, se midió la densidad de flujo de fotones fotosintéticos en la parte superior y en la base del canopeo o cubierta vegetal mediante un sensor cuántico lineal. También se determinó el índice de área foliar (*IAF*) mediante instrumental pertinente, denominado analizador de canopeo. Los datos meteorológicos fueron monitoreados por una estación agrometeorológica instalada en el lugar del ensayo.

Todas las mediciones se realizaron hasta la fase fenológica de antesis, momento en el que se realiza una cosecha de biomasa aérea y se lleva a estufa para su desecación hasta peso constante.

La radiación fotosintéticamente activa recibida en forma diaria se obtiene a partir de la radiación global (RG):

$$RFA_{diaria} = RG \cdot 0.47$$

Donde *RG* se denomina Radiación global, es la radiación solar medida en la superficie luego de haber sufrido las disminuciones por la atmosfera. Se mide mediante un aparato denominado piranómetro que está incorporado en la estación agrometeorológica.

La *RFA* es la radiación fotosintéticamente activa que es la que las plantas utilizan para realizar la fotosíntesis y es aproximadamente la mitad de la radiación global. La radiación fotosintéticamente activa interceptada dependerá de la eficiencia de interceptación (e_i).

Siendo e_i la eficiencia de intercepción que viene determinada como:

$$e_i = \frac{(I_0 - I_1)}{I_0}$$

Donde, I_0 flujo de fotones fotosintéticos en la parte superior del canopeo I_1 flujo de fotones fotosintéticos en la parte inferior del canopeo.

La eficiencia de intercepción también puede ser expresada en base a la Ley de Lambert-Beer según Monsi y Saeki [7]. A partir de la misma se obtuvo el valor del coeficiente de extinción (k):

$$e_i = 1 - e^{-k \cdot IAF}$$

Siendo:

k : coeficiente de extinción de la luz, adimensional y depende de la arquitectura del canopeo y de los ángulos de inserción de las hojas con el tallo.

IAF : índice de área foliar, también adimensional que determina la superficie fotosintetizante por unidad de superficie de suelo.

La eficiencia en la utilización de radiación o de conversión (EUR; g/MJ) fue calculada como:

$$EUR = \frac{Biomasa}{RFA_{interceptada}}$$

3. Resultados

La cebada emergió al día 222 del año o día Juliano (DJ). En la Fig. 7 se puede ver la evolución del IAF a lo largo del ciclo de cultivo. El IAF pudo ser representado de modo adecuado mediante ajuste ($r^2 \geq 0.98$) de la ecuación gaussiana y el valor de IAF máximo alcanzado por el cultivo fue de 4,36.

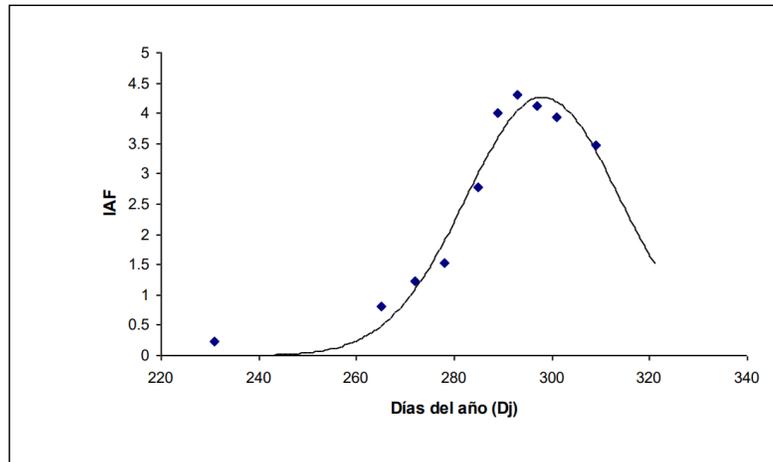


Fig. 7: Evolución del IAF en el ciclo del cultivo

La Fig. 8 muestra la relación entre IAF y la eficiencia de intercepción (e_i), alcanzando el IAF crítico (aquel que intercepta el 95% de la radiación incidente) con un IAF de 4,24. En este análisis de la situación presentada, se puede observar el comportamiento exponencial del proceso de acuerdo a la función correspondiente a la eficiencia de intercepción (e_i).

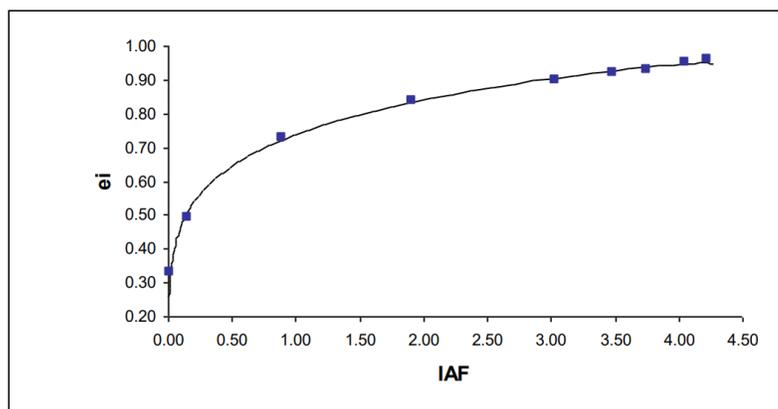


Fig. 8: Relación entre IAF y la eficiencia de intercepción de radiación en un cultivo de cebada.

La radiación interceptada depende, además del IAF , del coeficiente de extinción de la luz (indica el grado en que la luz se extingue a medida que atraviesa el cultivo) y es propio de cada especie, dependiendo de la arquitectura del canopeo o cubierta vegetal del ángulo de inserción de las hojas en el tallo. El valor hallado en este trabajo fue de 0,695 lo que, si bien indica una arquitectura de tipo erectófila, es un valor mayor que el publicado para otras gramíneas, tal como indica Pereira [10].

En la fase fenológica anthesis o floración, ocurrida el 311 DJ, se realizó un muestreo de materia seca de la parcela, donde se obtuvieron $725g/m^2$ (7250 kg/ha) de materia seca total lo que se traduce en una EUR de 1,12 g/MJ, valores típicos de la especie [5].

Como conclusión del trabajo fue que el cultivo de cebada forrajera produjo 7250kg/ha de materia seca en floración. Esto fue logrado con los siguientes parámetros del cultivo: IAF máximo de 4,31, IAF crítico de 4,24 y obteniéndose un coeficiente de extinción de la luz (k) de 0,695.

La eficiencia de utilización de la radiación fue de 1,12 g/MJ de RFA incidente. De esta forma se logró un modelo para estimar la producción potencial de cebada.

4. Conclusiones

En este trabajo donde se retoma el concepto de función exponencial a través de la Ley de Lambert- Beer, se pudieron reunir tres categorías del pensamiento crítico tales como el conocimiento, las habilidades y la actitud. Los alumnos pudieron identificar, analizar, evaluar e interpretar lo que la situación les presentaba a través del reconocimiento fundado en lo adquirido en el primer año de la carrera en la asignatura matemática.

El aprendizaje significativo debió proporcionarle al alumno destrezas para aplicar y explicar un modelo matemático que resolviera la situación en contexto, ocurrió cuando el alumno

pudo realizar una explicación del comportamiento exponencial de las superficies foliares a medida que reciben energía lumínica.

Se debe considerar que el desarrollo y la implementación de este trabajo fue posible por el carácter esencialmente colaborativo entre docentes de ciencias básicas matemáticas y docentes de la cátedra de Agrometeorología. El eje central fue el trabajo en equipo entre los estudiantes y los docentes a fin de rescatar conocimientos incorporados al inicio de su carrera y la aplicación posterior en el trabajo presentado.

Referencias

- [1] Ausubel, D., Novak, J. D., y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas. 2
- [2] Bombelli, E., Barberis, G., Fernández Long, M. E. y Hurtado, R. H. (2009). Programas de aplicación de agrometeorología para docencia e investigación. *Revista Iberoamericana De Tecnología En Educación y Educación en Tecnología*, (3), 14-17. 3
- [3] Camarena, P. (2000). *Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería*, reporte del proyecto de investigación). México: ESIME-IPN. 2
- [4] Chrobak R (2017). El aprendizaje significativo para fomentar el pensamiento crítico. *Archivos de Ciencias de la Educación*, 11 (12), FaHCE. Universidad Nacional de La Plata. Argentina 2, 3
- [5] Kemanian, A.; Stöckle, C.; Huggins, D. (2004) Variability of Barley Radiation-Use Efficiency Crop. *Physiology & Metabolism* 44 (5), 1662-1672. 8
- [6] Lamana, M.; Denda, A.; Fernández, G.; Segovia, B.; Quiroz, A.; Vilatte, C.; Gandini, M. (2018), Captura de la radiación por un cultivo de cebada. *Libro de Actas II Jornadas Internacionales y IV Nacionales de Ambiente*. <https://www.jornadasambiente.com.ar> 6
- [7] Monsi M, Saeki T. (1953) Über den Lichtfaktor in den Pflanzengesellschaften und seine Bedeutung für die Stoffproduktion. *Japanese Journal of Botany* 14, 22-52. 5, 7
- [8] Moreira M.A. (2012), ¿Al final que es el aprendizaje significativo? *Quirriculum Revista de Teoría, Investigación y Práctica Educativa*, (25). 2
- [9] Sternberg, R. J. (1986). *Critical Thinking: Its Nature, Measurement and Improvement*. Washington DC: National Institute of Education. <http://eric.ed.gov/PDFS/ED272882.pdf> 2
- [10] Pereira, A; Angelocci, L.; Sentelhas, P. (2002) *Agrometeorología*. Ed. Agropecuaria. 8